



ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(СПбГУ)
КАФЕДРА ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА
Направление «Физика»

Электромагнитные волны вблизи границ раздела

Бакалаврская работа студентки

Корольковой Ксении Александровны

Научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук, профессор **Селькин А.В.**

Рецензент:

старший преподаватель БГТУ «ВОЕНМЕХ» **Лазарева Ю.Н.**

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2016

СОДЕРЖАНИЕ:

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 3 |
| ГЛАВА I. ТЕОРИЯ. | |
| Часть I. Уравнения Максвелла..... | 4 |
| Часть II. Электромагнитное поле и поляризационный отклик среды..... | 7 |
| Часть III. Границы раздела и граничные условия Максвелла..... | 12 |
| Часть IV. Поверхностные электромагнитные волны, условия возбуждения..... | 17 |
| ГЛАВА II. СОБСТВЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ИХ ПРОЯВЛЕНИЕ В СПЕКТРАХ НАРУШЕННОГО ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ: МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТЫ | |
| Часть I. Метод нарушенного полного внутреннего отражения..... | 20 |
| Часть II. Поверхностные экситонные поляритоны в CdS..... | 23 |
| Часть III. Поверхностные фононные поляритоны в GaP..... | 33 |
| Часть IV. Поверхностные плазмоны в InSb..... | 38 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... | 43 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 44 |

ВВЕДЕНИЕ.

Несмотря на то, что активные исследования поверхностных электромагнитных волн начались почти 50 лет назад, они продолжают по сей день. И это, в значительной степени, связано с разработкой и изучением новых материалов и микро-(нано-)структур на их основе, содержащих разнообразные интерфейсы (включая поверхности). То, что обсуждаемое в работе научное направление остается актуальным, свидетельствуют продолжающиеся интенсивные публикации на эту тему [1-5]. Поверхностные волны – это волны, распространяющиеся вдоль границы раздела двух сред и проникающие (экспоненциально затухающие) в них на расстояния порядка длины волны [6]. Электрическое поле этих волн локализовано в узкой области у границы раздела - следовательно, свойства интерфейса сильно влияют на распространение волн. Таким образом, представляется возможность изучать границы раздела на основании данных о локализованном поле.

В настоящей работе изложена теория поверхностных электромагнитных мод и смоделированы экспериментальные условия, в которых возможна регистрация таких мод с помощью метода нарушенного полного внутреннего отражения. Численное моделирование выполнялось с использованием значений параметров реальных кристаллов, для которых были предложены наиболее оптимальные конфигурации эксперимента по исследованию поверхностных волн. Критерием для выбора подходящих конфигураций служило сравнение теоретических дисперсионных кривых поверхностных волн с данными моделирования спектров отражения. В качестве модельных объектов в работе рассмотрены полупроводниковые кристаллы сульфида кадмия (CdS), фосфида галлия (GaP) и легированного донорными примесями антимонида индия (n-InSb).

Целью работы является выяснение оптимальных условий экспериментов по нарушенному полному внутреннему отражению света, в которых могут проявляться поверхностные электромагнитные состояния и измеряться их энергетический спектр. Полученные результаты должны служить базой для последующих исследований поверхностных электромагнитных волн, возбуждающихся на более сложных интерфейсах структурированных твердотельных систем, и прежде всего, пространственно периодических диэлектрических сред.

ГЛАВА I. ТЕОРИЯ.

Часть I. Уравнения Максвелла.

Поверхностными электромагнитными волнами (в частности, поверхностными поляритонами) называются электромагнитные волны, локализованные вблизи границ раздела сред и свободно распространяющиеся вдоль таких границ [6]. Напряженность электрического поля экспоненциально затухает вглубь обеих сред в направлениях, перпендикулярных плоскости поверхности. Поверхностные моды являются собственными состояниями электромагнитного поля вблизи поверхности, и могут быть связаны с разными типами элементарных возбуждений в твердом теле (например, с экситонами, фононами, плазмонами). Существование поверхностных волн связано с нарушением пространственной однородности сред, обусловленным границей раздела. Уравнения, описывающие поверхностные волны следуют из решений макроскопических уравнений Максвелла, с использованием граничных условий на интерфейсе двух разных контактирующих сред при определенных свойствах их диэлектрических проницаемостей (которые будут обсуждаться ниже) [7]. Вывод этих уравнений и их решение будут приведены в теоретической части данной работы.

Если считать, что источники света вынесены за пределы исследуемой среды, то уравнения Максвелла принимают следующий вид (в системе единиц СГС):

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$$

\mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля; \mathbf{H} – вектор напряженности магнитного поля; \mathbf{B} – вектор магнитной индукции; \mathbf{D} – вектор электрической индукции; \mathbf{r} и t , соответственно, радиус-вектор точки в трехмерном пространстве и время.

В конденсированной среде электромагнитные волны, описываемые указанными полями, сопровождаются поляризацией вещества (вектором плотности дипольного момента):

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{4\pi}$$

Решения уравнения неоднозначны без дополнительных уравнений материальной связи, которые в линейном по полям приближении можно записать в наиболее общем виде следующим образом:

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d^3\mathbf{r}' \hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t') E_j(\mathbf{r}', t')$$

$$\mathbf{B}_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d^3\mathbf{r}' \hat{\mu}_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t') H(\mathbf{r}', t')$$

В случае немагнитных сред (которые рассматриваются в настоящей работе) магнитная проницаемость μ равна единице. С учетом предполагаемой пространственной и временной однородности системы, а также в предположении ее изотропности уравнение материальной связи сводится к следующему виду:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d^3\mathbf{r}' \hat{\varepsilon}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t'),$$

где $\hat{\varepsilon}$ - тензорный оператор нелокального диэлектрического отклика среды на внешнее электрическое поле, существующее в момент времени t' в точке пространства \mathbf{r}'

Решения этих уравнений ищется в виде фурье-разложения по плоским монохроматическим волнам [8]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \omega} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \omega} \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$$

При этом каждая фурье-амплитуда $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}), \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k})$ — удовлетворяет алгебраическим решениям вида:

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})] = \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k})$$

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k})] = -\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}),$$

где $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k_0}$ безразмерный вектор рефракции, $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ волновое число для света в вакууме.

$$\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$$

Так как нами рассматриваются изотропные среды, тензор диэлектрической проницаемости содержит только диагональные элементы. Тогда, исключая из уравнений вектор магнитной индукции, имеем:

$$-[\mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})]] = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) \quad (3)$$

Расписываем двойное векторное произведение из уравнения (3), получаем:

$\mathbf{n}^2 \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})) = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$. Это уравнение имеет нетривиальные (ненулевые) решения, если $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})) = 0$ (т.е., $\mathbf{n}^2 = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})$) или $[\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})] = 0$ (т.е., $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$).

Итак, соотношения $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$ и $\mathbf{n}^2 = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ представляют собой дисперсионные уравнения: первое уравнение - для продольных волн; второе - для поперечных. Дисперсионные кривые изображены на **рис.1**. Сплошные кривые 1 и 2 изображают дисперсии поперечных волн; штриховая прямая 3 ($\omega = \omega_L$) соответствует дисперсии продольных волн.

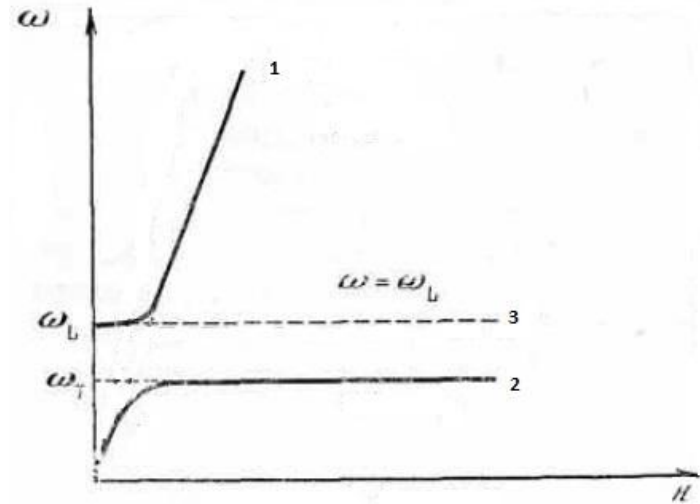


Рис.1 Зависимость частоты от волнового вектора.

ГЛАВА I.

Часть II. Электромагнитное поле и поляризационный отклик среды.

Рассмотрим сплошную среду, как совокупность дипольных осцилляторов. Уравнение движения каждого из них будет иметь вид:

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = -k\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) - \gamma \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + q\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \int d^3 \mathbf{r}' \hat{\kappa}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') (\mathbf{u}(\mathbf{r}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)) \quad (4)$$

где m – масса осциллятора с зарядом q , k – жесткость осциллятора, γ – коэффициент диссипативного затухания колебания, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – вектор напряженности электрического поля, действующего на осциллятор; интеграл показывает, как осциллятор взаимодействует с другими осцилляторами, расположенными в точке с радиус-вектором \mathbf{r}' . В отсутствие взаимодействия с окружающими осцилляторами интеграл равен нулю. Пусть взаимодействие присутствует. Разложим $\mathbf{u}(\mathbf{r}', t)$ в ряд Тейлора вблизи точки \mathbf{r} , пренебрегая малыми вкладами:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}', t) \approx \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) + \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{2 \partial \mathbf{r}^2} (\mathbf{r}' - \mathbf{r})^2 + \dots$$

Тогда интеграл в уравнении (4) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \int d^3 \mathbf{r}' \hat{\kappa}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') (\mathbf{u}(\mathbf{r}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)) &= \\ &= \int d^3 \mathbf{r}' \hat{\kappa}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \left(\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) + \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{2 \partial \mathbf{r}^2} (\mathbf{r}' - \mathbf{r})^2 \right) \end{aligned}$$

Считая оператор упругой связи $\hat{\kappa}$ – четной функцией по $(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$, получаем, что интеграл, содержащий $(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$, обращается в нуль.

Введем обозначение $\kappa_0 = -\frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{r}' \hat{\kappa}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') (\mathbf{r}' - \mathbf{r})^2$, тогда уравнение движения для осцилляторов принимает следующий вид:

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = -k\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) - \gamma \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + q\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \kappa_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}^2} \quad (5)$$

В пренебрежении диссипативным затуханием колебаний ($\gamma = 0$) и в отсутствие упругой связи с окружающими осцилляторами ($\kappa_0 = 0$) и при $q = 0$ приходим к уравнению движения свободного осциллятора:

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = -k\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$$

Решение этого уравнения имеет вид $\sim e^{-i\omega t}$.

Пусть $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, тогда:

$(e^{-i\omega t})'' + \omega_0^2 e^{-i\omega t} = 0 \Rightarrow \omega$ принимает единственно возможное значение $\omega = \omega_0$ – резонансная частота.

Перепишем уравнение (5) с использованием обозначения для резонансной частоты колебаний:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = -\omega_0^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) - \frac{\gamma}{m} \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\kappa_0}{m} \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial r^2} \quad (6)$$

Введем вектор поляризации вещества, то есть дипольный момент единицы объема:

$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = Nq\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, где N - это плотность осцилляторов с зарядом q . Подставим это выражение в уравнение (6):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = -\omega_0^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) - \Gamma \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{q^2 N f}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\hbar \omega_0 \nabla^2}{M} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (7)$$

где $\Gamma = \frac{\gamma}{m}$, $\frac{k_0}{m} = \frac{\hbar \omega_0}{M}$, где $f \leq 1$ - сила осциллятора, учитывающая вероятностный характер возбуждения осцилляторов и эффекты локального поля.

Решим уравнение (7). Решения будем искать, рассматривая одну пространственно-временную гармонику (то есть на определенной частоте ω и с определенным волновым вектором \mathbf{k}):

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$, где $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ - амплитуда плоской волны

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \Rightarrow$$

$$-\omega^2 \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) = -\omega_0^2 \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) - \frac{k^2 \hbar \omega_0}{M} \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) + i \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) \Gamma \omega + \frac{f}{m} q^2 N \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}),$$

откуда следует, что:

$$\mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\frac{f}{m} q^2 N \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar k^2 \omega_0}{M} - i \Gamma \omega}$$

Воспользуемся соотношением $\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_b \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) + 4\pi \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k})$, чтобы связать вектор напряженности электрического поля и вектор электрической индукции. ε_b представляет собой фоновую диэлектрическую проницаемость, учитывающую вклад всех остальных (кроме ω_0) резонансов.

$$\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) = \left(\varepsilon_b + \frac{4\pi \frac{f}{m} e^2 N}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar \mathbf{k}^2 \omega_0}{M} - i\Gamma\omega} \right) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$$

Сравнивая с выражением $\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$, получим уравнение для диэлектрической проницаемости в области оптического резонанса ω_0 :

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_b + \frac{4\pi \frac{f}{m} e^2 N}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar \mathbf{k}^2 \omega_0}{M} - i\Gamma\omega} \quad (8)$$

Параметр M соответствует учету пространственной дисперсии, то есть зависимости диэлектрической проницаемости от \mathbf{k} , а в области частот экситонного резонанса M приобретает смысл трансляционной эффективной массы экситона. В дальнейшем, в расчетной части данной работы зависимость от M не будет учитываться, то есть $M \rightarrow \infty$. В числителе уравнения фигурирует выражение для плазменной частоты $\Omega_p^2 = 4\pi \frac{f}{m} e^2 N = \varepsilon_b \omega_p^2$, где ω_p – фактический плазменный край материала.

Рассмотрим подробнее уравнение (8):

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_b + \frac{\Omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar \mathbf{k}^2 \omega_0}{M} - i\Gamma\omega} \quad (8.1)$$

1. При $\omega_0 \neq 0$ можно ввести обозначение $4\pi \frac{f}{m} e^2 N = 4\pi \beta_0 \omega_0^2$, где β_0 – статическая поляризуемость среды (т.е., на частоте $\omega = 0$).
2. Рассмотрим окрестность резонансной частоты: $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$. Тогда $\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$. Рассмотрим формулу (8):

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) &= \varepsilon_b + \frac{4\pi \beta_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar \mathbf{k}^2 \omega_0}{M} - i\Gamma\omega} \approx \varepsilon_b + \frac{4\pi \beta_0 \omega_0^2}{2\omega_0(\omega_0 - \omega) + \frac{\hbar \mathbf{k}^2 \omega_0}{M} - i\Gamma\omega} \approx \left\{ \begin{array}{l} \text{делим на} \\ 2\omega_0 \end{array} \right\} \approx \\ &\approx \varepsilon_b + \frac{2\pi \beta_0 \omega_0}{\omega_0 - \omega + \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2M} - i\Gamma/2} \end{aligned} \quad (8.2)$$

Частота продольной моды (когда $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$): $\omega = \omega_L = \omega_0 + \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2M} + \frac{2\pi \beta_0 \omega_0}{\varepsilon_b}$.

Без учета пространственной дисперсии и с использованием выражения для продольно-поперечного расщепления $\omega_{LT} = \omega_L - \omega_T$, где $\omega_T = \omega_0$, получаем:

$$\omega_{LT} = \frac{2\pi\beta_0\omega_0}{\varepsilon_b}$$

В таком случае кривая дисперсии продольной моды принимает вид параболы:

$$\omega = \omega_L + \frac{\hbar k^2}{2M}$$

Как видим, параболическая форма кривой дисперсии продольных экситонов обусловлена пространственной дисперсией. С учетом поперечных волн имеем многомодовый характер распространения света, то есть одной частоте соответствует несколько значений волновых векторов. Например, для экситонов (**рис.2**):

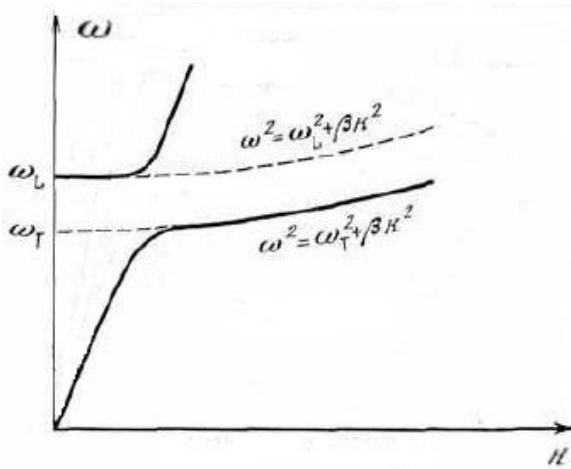


Рис. 2 [6] Зависимость частоты от волнового вектора для экситонов (с учетом пространственной дисперсии).

3. Если в уравнении (8.1) $\omega_0 = 0$, тогда оно описывает свободный газ электронов. В металле и вырожденном полупроводнике n-типа электроны не привязаны к ионам даже при отсутствии внешнего воздействия (уровень Ферми в зоне проводимости), следовательно, резонансной частоты нет: уравнение описывает плазменные поляритоны. В данной работе в качестве вырожденного полупроводника рассмотрен антимонид индия (n-InSb). Плазменная частота Ω_p зависит от концентрации свободных электронов.

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_b + \frac{\Omega_p^2}{-\omega^2 - i\Gamma\omega} \quad (8.2)$$

Пусть $\Gamma = 0$ тогда для того, чтобы $\varepsilon(\omega) = 0$ (продольные волны электронного газа) нужно, чтобы $\omega_L = \omega = \frac{\Omega_p}{\sqrt{\varepsilon_b}} = \omega_p$ - плазменный край материала.

4. В дальнейшем мы будем интересоваться только поперечными модами колебаний $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})) = 0$, так как в отсутствие пространственной дисперсии продольные волны не переносят энергии (**рис. 1**). Дисперсионное уравнение поперечной моды имеет вид:

$\mathbf{n}^2 = \varepsilon(\omega, \mathbf{k})$, где $\mathbf{n} = \frac{c\mathbf{k}}{\omega} = \frac{\mathbf{k}}{k_0}$ – вектор рефракции.

$$\mathbf{n}^2 = \varepsilon_b + \frac{4\pi\beta_0\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar k_0^2 \omega_0 n^2}{M} - i\Gamma\omega} \quad (9)$$

Величина \mathbf{n}^2 является неизвестной квадратного уравнения (9), следовательно, она принимает два значения. Нас будет интересовать распространение и затухание света в плоскости, перпендикулярной поверхности, например, в плоскости XZ ($n_y = 0$). Тогда $\mathbf{n}^2 = n_x^2 + n_z^2$, где $\mathbf{n} = \mathbf{n}' + i\mathbf{n}''$ – комплексный вектор рефракции; $n_x = n'_x + in''_x$, $n_z = n'_z + in''_z$, где мнимые части характеризуют затухание волны, вещественные – распространение. Если речь идет о сугубо поверхностных электромагнитных возбуждениях в плоскости XY (ось Z перпендикулярна плоскости поверхности), то при извлечении корня из величины n_z^2 , необходимо выбирать такой знак корня, при котором $n''_z > 0$, поскольку поле вида $\sim e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \sim e^{i(k_z z - \omega t)} \sim e^{ik'_z z} e^{-k''_z z} e^{i\omega t}$, где $e^{-k''_z z}$ – амплитуда плоской волны; должно затухать по мере удаления от границы раздела.

Материал настоящей главы изложен на основе изучения и переработки теоретических обзоров [9-12], посвященных физике поверхностных поляритонов.

ГЛАВА I.

Часть III. Границы раздела и граничные условия Максвелла.

Рассмотрим электромагнитное поле на границе двух сред с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_A(\omega)$, $\varepsilon_B(\omega)$, не зависящими от \mathbf{k} . Нас интересует случай распространения поля вдоль оси X и затухания вдоль оси Z, следовательно, $Im(k_x) = 0$; $Re(k_z) = 0$.

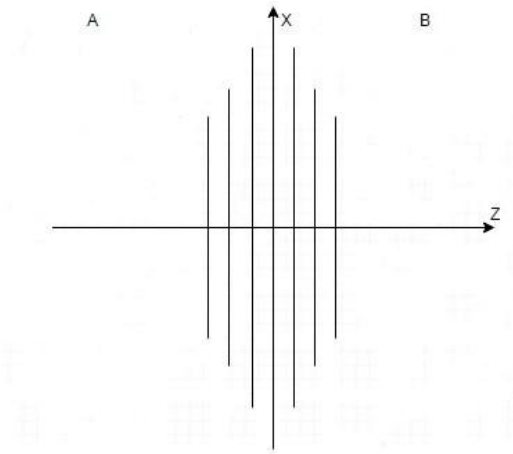


Рис.3 Схематическое изображение локализованного электрического поля у границы раздела сред A и B.

Обозначим координату поверхности на оси Z как ξ . Будем считать, что тангенциальная составляющая волнового вектора направлена только вдоль оси X: $\mathbf{k}_\tau = k_x \mathbf{e}_x$, где \mathbf{e}_x единичный вектор. В поверхностной моде проекция тангенциальной составляющей волнового вектора на ось OX сохраняется, в отличие от случая, когда нет границ раздела. При отсутствии границы раздела диэлектрическая проницаемость во всем пространстве одинакова, и тогда дисперсионное соотношение $\frac{(ck)^2}{\omega^2} = \varepsilon$ однозначно задает модуль величины \mathbf{k} , не фиксируя направление. Рассмотрим $\mathbf{r} = \mathbf{r}_\tau = x \mathbf{e}_x$, и электрическое поле запишется в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}_\tau, \omega} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}_\tau; z) e^{i(\mathbf{k}_\tau \mathbf{r}_\tau - \omega t)}$$

Тогда для каждого $\mathbf{E}(z) \equiv \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}_\tau; z)$ уравнения Максвелла (1) и (2) принимают вид:

$$(i\mathbf{k}_\tau + \mathbf{e}_z \nabla_z) \times \mathbf{E}(z) = ik_0 \mathbf{B}(z) \quad (10)$$

$$(i\mathbf{k}_\tau + \mathbf{e}_z \nabla_z) \times \mathbf{B}(z) = -ik_0 \mathbf{E}(z) + \frac{4\pi \mathbf{J}(z)}{c}, \quad (11)$$

где $\mathbf{J}(z)$ плотность поляризационного тока в точке z .

Проинтегрируем (10) и (11) по координате z и получим систему граничных условий Максвелла [13]:

$$\mathbf{e}_z \times [\mathbf{E}_\tau(\xi + 0) - \mathbf{E}_\tau(\xi - 0)] = 0 \quad (12)$$

$$\mathbf{e}_z \times [\mathbf{B}_\tau(\xi + 0) - \mathbf{B}_\tau(\xi - 0)] = 0 \quad (13)$$

Система уравнений (12) и (13) означает непрерывность тангенциальных составляющих полей в точке ξ :

$$\mathbf{E}_\tau(\xi + 0) = \mathbf{E}_\tau(\xi - 0) \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_\tau(\xi + 0) = \mathbf{B}_\tau(\xi - 0) \quad (15)$$

В каждом полупространстве A и B вектор рефракции имеет вид $\mathbf{n}_\mu = n_x \mathbf{e}_x + n_{\mu z} \mathbf{e}_z$; $\mu = A, B$.

Вместе с этим каждый вектор \mathbf{n}_μ подчиняется дисперсионному уравнению поперечных волн: $\mathbf{n}_\mu^2 = \varepsilon_\mu$. Следовательно, $\varepsilon_\mu = n_x^2 + n_{\mu z}^2 \Rightarrow n_{\mu z} = \pm \sqrt{\varepsilon_\mu - n_x^2}$. Пусть знак «+» соответствует $Im(n_{\mu z}) > 0$; знак «-» соответствует $Im(n_{\mu z}) < 0$. Как отмечалось ранее, подходит только положительный корень.

Теперь найдем вид тангенциальных составляющих полей. Поле в каждом полупространстве будет иметь вид:

$$\mathbf{E}_\mu(z) = \mathbf{E}_\mu^+ e^{i(k_x^+ x + k_{\mu z}^+ z)} + \mathbf{E}_\mu^- e^{i(k_x^- x + k_{\mu z}^- z)} \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_\mu(z) = \mathbf{B}_\mu^+ e^{i(k_x^+ x + k_{\mu z}^+ z)} + \mathbf{B}_\mu^- e^{i(k_x^- x + k_{\mu z}^- z)}, \quad (17)$$

где $\mathbf{E}_\mu^+, \mathbf{B}_\mu^+, k_x^+, k_{\mu z}^+$ - поле в положительном в направлении OZ , $\mathbf{E}_\mu^-, \mathbf{B}_\mu^-, k_x^-, k_{\mu z}^-$ - поле в отрицательном направлении OZ ; $k_{\mu z} = n_{\mu z} k_0$.

$$k_x^+ = k_x^- = k_x; k_{\mu z}^+ = -k_{\mu z}^- = -k_{\mu z} \Rightarrow n_{\mu z}^+ = -n_{\mu z}^- = -n_{\mu z}$$

Выразим поле \mathbf{B} через поле \mathbf{E} :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}) = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})] &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ n_x & n_y & n_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{e}_x (n_y E_z - n_z E_y) - \mathbf{e}_y (n_x E_z - n_z E_x) + \\ &+ \mathbf{e}_z (n_x E_y - n_y E_x) = -n_z E_y \mathbf{e}_x + (n_z E_x - n_x E_z) \mathbf{e}_y + n_x E_y \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{Так как поле } \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) \text{ носит поперечный характер, } (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})) = n_x E_x + n_z E_z = 0 \quad (19)$$

$$\text{Рассмотрим выражение (18) и (19) } \Rightarrow n_z E_x - n_x E_z = n_z E_x + \frac{n_x^2 E_x}{n_z} = \frac{n_z^2 E_x + n_x^2 E_x}{n_z} =$$

$$\frac{n^2 E_x}{n_z} = \frac{\varepsilon E_x}{n_z} \quad (20)$$

Обобщая (20) и (18), получаем:

$$\mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}) = -n_z E_y \mathbf{e}_x + \frac{\varepsilon E_x}{n_z} \mathbf{e}_y + n_x E_y \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z$$

Тангенциальные компоненты векторов не содержат проекции на ось Z. Тогда:

$$\mathbf{B}_\tau(\omega, \mathbf{k}) = -n_z E_y \mathbf{e}_x + \frac{\varepsilon E_x}{n_z} \mathbf{e}_y \quad (21)$$

$$\mathbf{E}_\tau(\omega, \mathbf{k}) = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y \quad (22)$$

Перепишем выражения (16) и (17) с учетом (21) и (22):

$$\mathbf{E}_\tau(z) = e^{ik_x x} [(E_x^+ e^{+ik_z z} + E_x^- e^{-ik_z z}) \mathbf{e}_x + (E_y^+ e^{+ik_z z} + E_y^- e^{-ik_z z}) \mathbf{e}_y] \quad (23)$$

$$\mathbf{B}_\tau(z) = e^{ik_x x} n_z (-E_y^+ e^{ik_z z} + E_y^- e^{-ik_z z}) \mathbf{e}_x + e^{ik_x x} \frac{\varepsilon}{n_z} (E_x^+ e^{ik_z z} - E_x^- e^{-ik_z z}) \mathbf{e}_y \quad (24)$$

Спроецируем граничные условия (23) и (24) на оси X и Y согласно (14) и (15) (среда A обозначена как α , среда B как β , ξ – точка пересечения осей X, Y, Z).

На ось X:

$$E_{\tau x}(\xi): \quad E_{\alpha x}^+ e^{ik_{\alpha z} \xi} + E_{\alpha x}^- e^{-ik_{\alpha z} \xi} = E_{\beta x}^+ e^{ik_{\beta z} \xi} + E_{\beta x}^- e^{-ik_{\beta z} \xi} \quad (25)$$

$$B_{\tau x}(\xi): \quad n_{\alpha z} (E_{\alpha y}^+ e^{ik_{\alpha z} \xi} - E_{\alpha y}^- e^{-ik_{\alpha z} \xi}) = n_{\beta z} (E_{\beta y}^+ e^{ik_{\beta z} \xi} - E_{\beta y}^- e^{-ik_{\beta z} \xi}) \quad (26)$$

На ось Y:

$$E_{\tau y}(\xi): \quad E_{\alpha y}^+ e^{ik_{\alpha z} \xi} + E_{\alpha y}^- e^{-ik_{\alpha z} \xi} = E_{\beta y}^+ e^{ik_{\beta z} \xi} + E_{\beta y}^- e^{-ik_{\beta z} \xi} \quad (27)$$

$$B_{\tau y}(\xi): \quad \frac{\varepsilon_\alpha}{n_{\alpha z}} (E_{\alpha x}^+ e^{ik_{\alpha z} \xi} - E_{\alpha x}^- e^{-ik_{\alpha z} \xi}) = \frac{\varepsilon_\beta}{n_{\beta z}} (E_{\beta x}^+ e^{ik_{\beta z} \xi} - E_{\beta x}^- e^{-ik_{\beta z} \xi}) \quad (28)$$

Уравнения (25) и (28) описывают p – поляризацию света (transverse magnetic – ТМ-мода), то есть магнитное поле перпендикулярно плоскости падения (ось Y), а электрическое лежит в плоскости падения (ось X). Уравнения (26) и (27) описывают s – поляризацию света (transverse electric – ТЕ – мода): электрическое поле перпендикулярно плоскости падения, магнитное лежит в плоскости падения света.

Перепишем уравнения (25) – (28), считая, что $\xi = 0$. Также отметим, что в направлении к ξ из среды с ε_β свет не распространяется (рис.3).

p – поляризация света:

$$E_{\tau x}(0): \quad E_{\alpha x}^+ + E_{\alpha x}^- = E_{\beta x}^+ \quad (29)$$

$$B_{\tau y}(0): \quad \frac{\varepsilon_{\alpha}}{n_{\alpha z}}(E_{\alpha x}^{+} - E_{\alpha x}^{-}) = \frac{\varepsilon_{\beta}}{n_{\beta z}}(E_{\beta x}^{+}) \quad (30)$$

s – поляризация:

$$E_{\tau y}(0): \quad E_{\alpha y}^{+} + E_{\alpha y}^{-} = E_{\beta y}^{+} \quad (31)$$

$$B_{\tau x}(0): \quad n_{\alpha z}(E_{\alpha y}^{+} - E_{\alpha y}^{-}) = n_{\beta z}(E_{\beta y}^{+}) \quad (32)$$

Введем замену:

$$v_{\mu} = \begin{cases} v_{\mu}^s = -n_{\mu z} \\ v_{\mu}^p = \frac{\varepsilon_{\mu}}{n_{\mu z}} \end{cases}$$

$$E_{\mu}^{\pm} = \begin{cases} E_{\mu}^{\pm(s)} = E_{\mu y}^{\pm} \\ E_{\mu}^{\pm(p)} = E_{\mu x}^{\pm} \end{cases}$$

Тогда система уравнений (29)-(32) с учетом замены будет выглядеть:

$$E_{\tau}(0): \quad E_{\alpha}^{+} + E_{\alpha}^{-} = E_{\beta}^{+} \quad (33)$$

$$B_{\tau}(0): \quad (E_{\alpha}^{+} - E_{\alpha}^{-}) = \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}}(E_{\beta}^{+}) \quad (34)$$

Уравнения (33) и (34) представляют собой искомые тангенциальные составляющие полей для p – поляризации света и s – поляризации. Введем амплитудный коэффициент отражения для света, падающего из среды α на среду β :

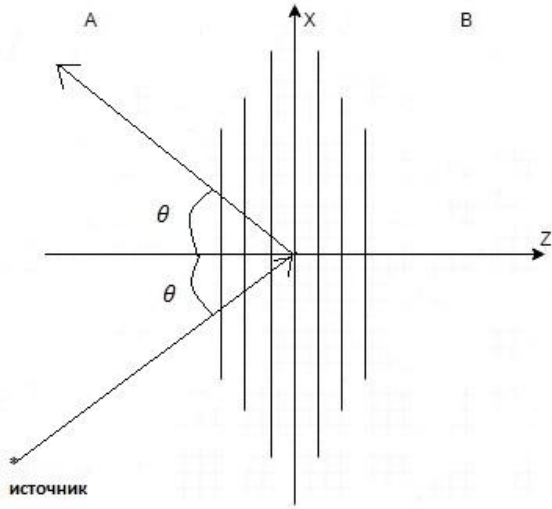
$$r_{\alpha\beta} = \frac{E_{\alpha}^{-}}{E_{\alpha}^{+}} \quad (35)$$

Подставим выражение (35) в (33) и (34), тогда:

$$\frac{1-r_{\alpha\beta}}{1+r_{\alpha\beta}} = \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}} \quad \text{или} \quad r_{\alpha\beta} = \frac{v_{\alpha}-v_{\beta}}{v_{\alpha}+v_{\beta}} \quad (36)$$

Из формулы (36) непосредственно следуют формулы Френеля. Поместим источник в область $z = -\infty$ (среда ε_{α}), и пусть свет падает на границу раздела ε_{α} и ε_{β} под углом падения θ . При взаимодействии фотонов с элементарными возбуждениями среды экситонами, фононами, плазмонами, образуются квазичастицы, называемые соответственно экситонные поляритоны, фононные поляритоны, плазмонные поляритоны. Запишем тангенциальные составляющие вектора рефракции (**рис.4**): как было показано ранее,

$$n_{\mu z} = \sqrt{\varepsilon_{\mu} - n_x^2}, \text{ где } n_x^2 = \varepsilon_{\alpha} (\sin \theta)^2$$



Тогда, $n_{\alpha z} = \sqrt{\varepsilon_{\alpha}} \cos \theta$; $n_{\beta z} = \sqrt{\varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\alpha} (\sin \theta)^2}$.

Рис.4 Схематическое изображение локализованного электрического поля у границы раздела сред A(α) и B(β) и распространяющихся (падающей и зеркально отраженной) волн. θ — угол падения.

Формулы Френеля:

$$r_{\alpha\beta}^s = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} - (\sin \theta)^2}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} - (\sin \theta)^2}}$$

$$r_{\alpha\beta}^p = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} - (\sin \theta)^2} - \varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} \cos \theta}{\varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{\beta}/\varepsilon_{\alpha} - (\sin \theta)^2}}$$

$$r_{\alpha\beta}^p = -r_{\alpha\beta}^s = -\frac{v_{\alpha} - v_{\beta}}{v_{\alpha} + v_{\beta}} \quad (36.1)$$

$$r_{\alpha\beta}^s = r_{\alpha\beta}^p = \frac{v_{\alpha} - v_{\beta}}{v_{\alpha} + v_{\beta}} \quad (36.2)$$

Используемые знаки в выражениях (36.1) и (36.2) общеприняты, так как в ТМ поляризации вектора \mathbf{E} лежат в плоскости падения света и их проекции на ось OX противоположно направлены, а в ТЕ поляризации проекции имеют одинаковый знак, так как вектора \mathbf{E} сонаправлены и коллинеарны.

Энергетические коэффициенты отражения (обычно измеряемые экспериментально) связаны с амплитудными следующим образом:

$$R_{\alpha\beta}^s = |r_{\alpha\beta}^s|^2$$

$$R_{\alpha\beta}^p = |r_{\alpha\beta}^p|^2$$

Именно спектры энергетических коэффициентов нас будут интересовать в последующих расчетах.

ГЛАВА I.

Часть IV. Поверхностные электромагнитные волны, условия возбуждения.

Обобщим условия возбуждения поверхностной моды [6]. Если не соблюдать их, то фотоны падающего света не будут взаимодействовать с элементарными возбуждениями среды, соответствующими поверхностным модам.

1. Необходимо учесть то, что проекция $n_{\mu z}$ имеет только мнимую часть (так как волна должна затухать вдоль направления $z = \pm\infty$), то есть:

$$n_{\mu z} = i \sqrt{|\varepsilon_\mu - n_x^2|} \quad (37)$$

2. В направлении распространения волна не затухает $Im(k_x) = 0$

3. Поверхностная волна может существовать и переносить энергию вдоль границы раздела только при p – поляризации падающего света (ТМ-моды). Так как для s -поляризации либо ω будет комплексна, либо k . В последнем случае, если считать, что k_x вещественно, то ω будет комплексной величиной, т.е. волна будет быстро затухать с течением времени, не представляя собой хорошо определенное собственное стационарное состояние.

4. Поэтому для наших целей имеет смысл рассматривать уравнения (29) и (30), записанные для p – поляризации света. Учтем, что в полубесконечной среде ε_α должно существовать только приповерхностное поле, затухающее в направлении $z \rightarrow -\infty$ (в сторону источника на **рис. 4**).

$$E_{\alpha x}^- = E_{\beta x}^+ \quad (38)$$

$$\frac{\varepsilon_\alpha}{n_{\alpha z}}(-E_{\alpha x}^-) = \frac{\varepsilon_\beta}{n_{\beta z}}(E_{\beta x}^+) \quad (39)$$

$$\text{Система (38)-(39) имеет решения только если } -\frac{\varepsilon_\alpha}{n_{\alpha z}} = \frac{\varepsilon_\beta}{n_{\beta z}} \quad (40)$$

Выражение (37) и (40) дает:

$$\frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_\beta} = -\frac{\sqrt{|\varepsilon_\alpha - n_x^2|}}{\sqrt{|\varepsilon_\beta - n_x^2|}} \quad (41)$$

Ещё одно условие: разные знаки диэлектрических проницаемостей по обе стороны от границы. Это означает, что одна из сред (у которой диэлектрическая проницаемость отрицательна) должна иметь частотную дисперсию, то есть, например $\varepsilon_\beta = \varepsilon_\beta(\omega)$ [14-15].

Найдем дисперсионное уравнение (зависимость $\omega(k_x)$). Для этого возведем в квадрат уравнение (41):

$$\begin{aligned}
\varepsilon_\alpha^2(\varepsilon_\beta - n_x^2) &= \varepsilon_\beta^2(\varepsilon_\alpha - n_x^2) \\
n_x^2(\varepsilon_\beta^2 - \varepsilon_\alpha^2) &= \varepsilon_\beta^2\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^2\varepsilon_\beta \\
n_x^2(\varepsilon_\beta + \varepsilon_\alpha) &= \varepsilon_\beta\varepsilon_\alpha
\end{aligned} \tag{42}$$

Напомним, что $\mathbf{n} = \frac{ck}{\omega}$, тогда поставляя в уравнение (42):

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_\beta(\omega)\varepsilon_\alpha(\omega)}{\varepsilon_\beta(\omega) + \varepsilon_\alpha(\omega)}} \tag{43}$$

Уравнение (43) это дисперсионное соотношение для поверхностных волн, где k_x – тангенциальная составляющая волнового вектора. Будем считать, что среда α является вакуумом ($\varepsilon_\alpha(\omega) = 1$) Тогда:

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_\beta(\omega)}{\varepsilon_\beta(\omega) + 1}} \tag{44}$$

То есть, условие отрицательности диэлектрической проницаемости усиливается условием: $\varepsilon_\beta(\omega) < -1$.

5. В ситуации, когда отсутствует пространственная дисперсия ($M=0$) и затухания системе пренебрежимо мало ($\Gamma=0$), уравнения (8.1) и (8.2) перепишутся в виде:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_b + \frac{\omega_{LT}\varepsilon_b}{\omega_0 - \omega} \text{ - вблизи резонанса} \tag{45}$$

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_b + \frac{\Omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \text{ - в более широкой области частот} \tag{46}$$

Частоты, на которых мы должны искать поверхностные моды, принадлежат области продольно-поперечного расщепления: $\omega_0 < \omega < \omega_L$ [16-18]. Именно в этой области диэлектрическая проницаемость отрицательна. В области продольно-поперечного расщепления не существует диссипативного поглощения света в объеме кристалла и коэффициент отражения близок к единице. Однако именно в области этих частот генерируются поверхностные поляритоны. Рассмотрим $\varepsilon(\omega_s) = -1$:

$$\varepsilon_b + \frac{\omega_{LT}\varepsilon_b}{\omega_0 - \omega_s} = -1$$

$$\omega_s = \omega_0 + \frac{\omega_{LT}}{1 + \varepsilon_b^{-1}}$$

Тогда интервал частот, который мы будем рассматривать в дальнейшем, лежит в пределах: $\omega_0 < \omega < \omega_s$.

6. Найдем теоретическую дисперсионную зависимость, то есть, в выражение (44) подставим (45) и (46):

$$\omega = \omega_0 + \frac{\omega_{LT}(k_x^2 - k_0^2)}{k_x^2(1 + \varepsilon_b^{-1}) - k_0^2} - \text{вблизи резонанса } (|\omega - \omega_0| \ll \omega_0) \quad (47)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\Omega_p^2}{\frac{k_x^2}{k_0^2 - k_x^2} \varepsilon_b}} - \text{в более широкой области частот} \quad (47.1)$$

Вообще говоря, тангенциальная составляющая вектора \mathbf{k} вещественна и при частотах, не лежащих в области продольно поперечного расщепления, то есть $0 < \omega < \omega_0$ и $\omega > \omega_L$ (рис.5)

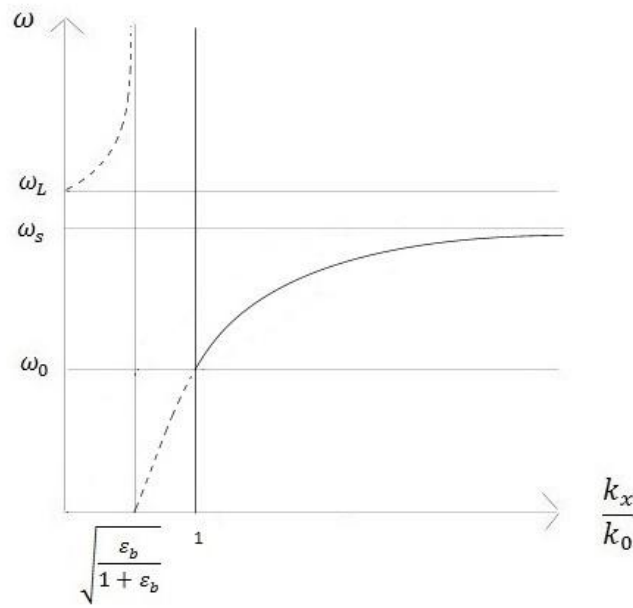


Рис.5 Сплошная кривая схематически изображает дисперсию поверхностных поляритонов; штриховые кривые соответствуют брюстеровским волнам.

При $0 < \omega < \omega_0$ и $\omega > \omega_L$ $\varepsilon(\omega) > 0$ тангенциальная составляющая волнового вектора оказывается в «радиационной» области: $k_x < k_0$ (47). Волны, соответствующие такому условию, называются брюстеровскими. Они возможны только в р-поляризации света (это следует из закона Брюстера: если угол падения равен углу Брюстера $\tan \theta_{\text{Бр}}(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$, то отраженная волна в р-поляризации при угле падения $\theta_{\text{Бр}}$ отсутствует). Вообще говоря, в р-поляризации при частотах, выше ω_L , видны два минимума в коэффициенте отражения: один соответствует брюстеровским волнам, а второй соответствует ситуации, когда $n = 1$ (коэффициент отражения равен нулю). В s-поляризации существует только один минимум в коэффициенте отражения при частотах $\omega > \omega_L$, соответствующий ситуации, когда $n = 1$.

ГЛАВА II. СОБСТВЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И ИХ ПРОЯВЛЕНИЕ В СПЕКТРАХ НАРУШЕННОГО ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ: МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТЫ.

Часть I. Метод нарушенного полного внутреннего отражения.

Из уравнения (47): для того, чтобы частота лежала в промежутке $\omega_0 < \omega < \omega_s$, необходимое условие $k_x > k_0$ (рис.5). Тангенциальная составляющая вектора рефракции записывается так: $n_x = \frac{k_x}{k_0} = \sin \theta$ (рис.4). Иными словами, поверхностная мода недостижима при реальных углах падения, когда источник находится в дальней зоне. Однако существует несколько способов обнаружить поверхностную моду в эксперименте. Один из методов – это использование периодической структуры на поверхности, например дифракционной решетки (или шероховатости – суперпозиция дифракционных решеток с разными постоянными решеток [19]). Этот метод называется радиационным методом возбуждения. В зависимости от периода структуры возможен перебор тангенциальной составляющей волнового вектора на вектор обратной решетки. Часть энергии рассеивается в радиационную волну, распространяющуюся во внешнюю среду, т.е., волну, которую можно зарегистрировать в дальней зоне излучения. Второй из методов - метод нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО), который реализуется обычно в двух возможных геометриях эксперимента: геометрия Отто и геометрия Кречмана. В таких ситуациях достигается увеличение тангенциальной составляющей волнового вектора, при котором возможно возбуждение поверхностных мод.

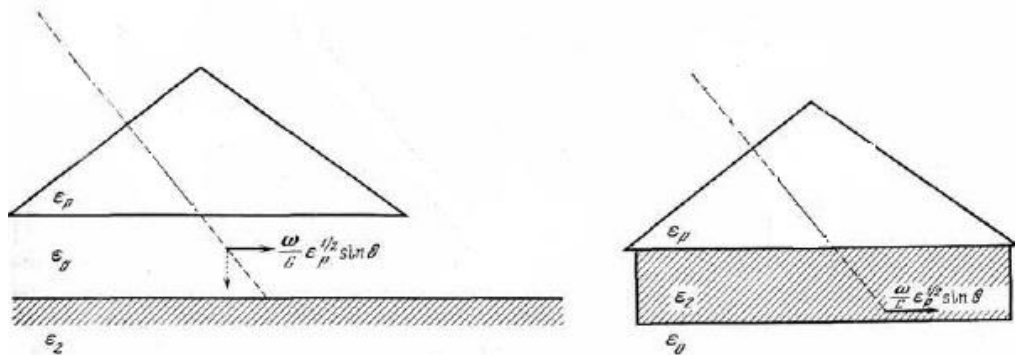


Рис.6 Геометрии эксперимента, основанного на методе НПВО

(слева – геометрия Отто; справа – геометрия Кречмана) [6]

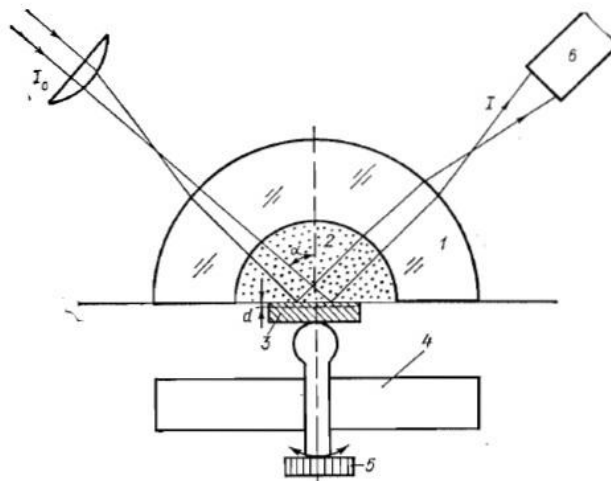


рис.7 [20]

На **рис.6** слева изображена идея метода НПВО в геометрии Отто; справа – идея метода НПВО в геометрии Кречмана. ε_0 – диэлектрическая проницаемость воздуха; ε_p – диэлектрическая проницаемость призмы: $\varepsilon_p > \varepsilon_0$; ε_2 – диэлектрическая проницаемость изучаемой среды. Так как уравнение (43) симметрично относительно перестановки индексов α и β , то можно поменять местами 2 среды: изучаемую среду и воздух. Тогда, поверхностные моды будут возбуждаться на нижней границе изучаемой среды, что и проиллюстрировано на **рис.6** справа – геометрия Кречмана.

На **рис.7** изображена одна из схем установок для метода НПВО (геометрия Отто), где I_0 – интенсивность падающего света; I – интенсивность отраженного света; 1 – полуцилиндрическая призма; 2 – масло с высоким показателем преломления; 3 – исследуемый образец; 4 – держатель; 5 – микроскопический винт; 6 – фотоэлектронный умножитель; d – ширина зазора между образцом и маслом (роль зазора играет напыленная на образец диэлектрическая пленка [20])

В настоящей работе моделируется метод НПВО для геометрии Отто. Здесь значение k_x можно увеличить, если использовать в качестве внешней среды материал с диэлектрической проницаемостью, большей, чем у воздуха. В нашем модельном эксперименте задействована стеклянная и кремниевая полуцилиндрические призмы. Тогда $k_x = k_0 \sqrt{\varepsilon_\Delta} \sin \theta$, где ε_Δ – диэлектрическая проницаемость призмы, а углы падения меняются в интервале: $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\Delta}} < \sin \theta < 1$, чтобы обеспечить условие полного внутреннего отражения света от основания призмы. В методе НПВО в геометрии Отто оставляют зазор некоторой толщины L между призмой и изучаемой средой. Этот зазор, который мы будем считать воздушным, осуществляет связь поверхностной моды с внешним радиационным полем (**рис.8**).

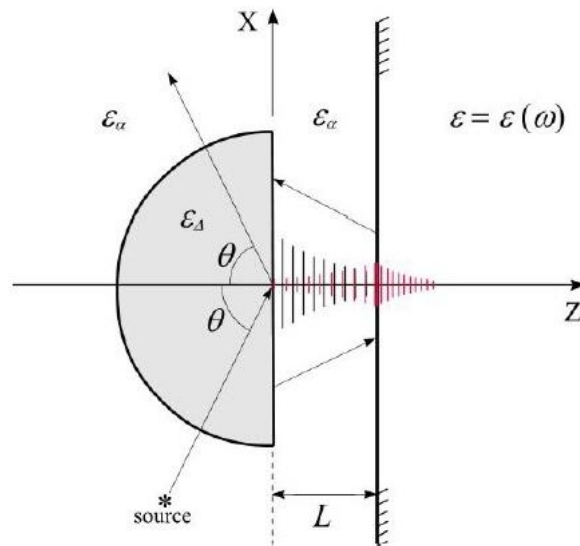


рис.8

На **рис.8** Детальная схема эксперимента на основе метода НРВО в геометрии Отто. $\varepsilon_\alpha = 1$ (воздух); ε_Δ — диэлектрическая проницаемость призмы; $\varepsilon(\omega)$ — изучаемая среда; L — толщина воздушного зазора; θ — угол падения света от источника, находящегося на $z = -\infty$.

Важно определение правильной толщины зазора: если L много меньше длины волны, то падающий свет слишком сильно будет влиять на дисперсию поверхностных мод; однако если L установить много больше, чем длина волны, то поверхностные моды будут экспериментально недостижимы. Также важно состояние кристалла: поверхность не должна иметь дефектов.

Нарушение полного внутреннего отражения происходит из-за воздушной прослойки: при углах падения больших критического ($\theta_{\text{крит}} = \arcsin\left(\frac{n_\alpha}{n_\Delta}\right)$) свет отражается не полностью, часть энергии проникает в воздушную прослойку; и на определенной частоте, соответствующей определенному k_x , возбуждается поверхностная мода. Данная форма призмы (полуцилиндрическая) удобна тем, что свет от источника не преломляется при пересечении границ призмы (нормальное падение). Моделирование эксперимента проводилось в пакете MATLAB. В качестве изучаемых сред брались такие кристаллы как сульфид кадмия (CdS), фосфид галлия (GaP), антимонид индия (n-InSb). Для каждого из этих полупроводников выбирался такой диапазон спектра, чтобы возбудить экситонные поляритоны, фононные поляритоны, плазмонные поляритоны, соответственно. Также для каждого кристалла был подобран определенный материал призмы, такой, чтобы призма была «прозрачной» для нужной области спектра. В результате наблюдались зависимости коэффициентов отражения от частоты света для каждого из указанных кристаллов при разных толщинах зазора. Таким образом, подбирались лучшие L для проведения реальных экспериментов.

ГЛАВА II.

Часть II. Поверхностные экситонные поляритоны в CdS.

Рассмотрим сначала в качестве изучаемой среды $\epsilon_p(\omega)$ сульфид кадмия. Как следует из Главы I. Части I, решение проблемы поверхностных поляритонов существенно упрощается для изотропной среды, но сульфид кадмия, демонстрирующий наиболее яркие спектральные особенности в области экситонных резонансов, характеризуется симметрией вюрцита, то есть у этого кристалла существует выделенная ось шестого порядка [21] (заметим, что существует и менее интересная для наших целей кубическая модификация CdS). Следовательно, у рассматриваемой модификации CdS тензор диэлектрической проницаемости содержит, по крайней мере, отличающиеся друг от друга диагональные компоненты ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{\perp}$ и $\epsilon_{zz} = \epsilon_{\parallel}$). Однако мы выбираем такую геометрию эксперимента, в которой выделенная оптическая ось кристалла направлена вдоль оси Y (то есть перпендикулярна плоскости падения). При этом направление Y перпендикулярно вектору \mathbf{E} электрического поля (рис.9).

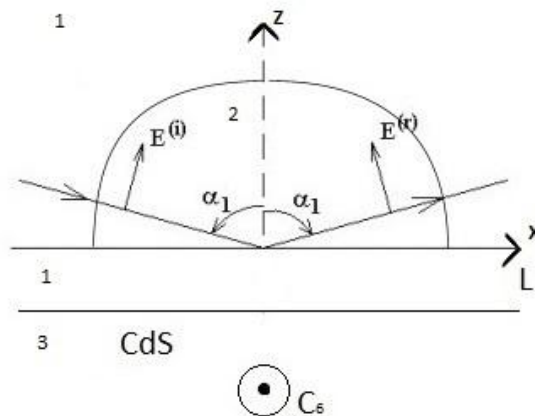


Рис.9. Схема метода НПВО для CdS.

На рис.9. 1 – воздух; 2 – призма из стекла; 3 – кристалл CdS с осью $C_6 \parallel Y$; L – воздушный зазор между призмой и полубесконечной средой, α_1 – угол падения света, \mathbf{E}^i – вектор напряженности падающего электрического поля, \mathbf{E}^r – вектор напряженности отраженного электрического поля.

Ширина запрещенной зоны сульфида кадмия со структурой вюрцита (при $T=2K$) $E_g \approx 2583 meV$, это соответствует видимой области спектра (бирюзовый цвет). Фотоны падающего света резонансно взаимодействуют с экситонами при энергии кванта, сдвинутой вниз относительно E_g на энергию экситона $\sim 30 meV$, т.е. на резонансной частоте экситона $\omega_0 \approx 2552 meV$.

Таким образом, рассматриваемый диапазон спектра находится в пределах от 2550 meV до 2556 meV (вблизи резонанса). Вследствие взаимодействия экситонов с фотонами образуются квазичастицы, называемые экситонными объемными поляритонами. Однако вблизи поверхности, в случае пространственной локализации электромагнитного поля в направлениях, перпендикулярных плоскости поверхности, такого рода квазичастицы существенно модифицируются (включая заметные изменения энергетического спектра собственных состояний) и соответствуют переносу энергии только вдоль границы раздела с конкретной частотой, зависящей от тангенциальной составляющей волнового вектора. Такие квазичастицы носят название поверхностных поляритонов и могут идентифицироваться в эксперименте (**рис.9**), обеспечивающем некоторый небольшой радиационный отток энергии, сильно не возмущающий собственные поверхностные состояния электромагнитного поля. В таком случае в геометрии **рис.9** следует ожидать появление провала в спектре зеркального отражения света (на фоне полного внутреннего отражения) в той области спектра, где, с одной стороны, объемный поляритон не может распространяться, а с другой стороны, существует достаточно хорошо определенные *поверхностные* состояния поляритона.

Обращая внимание на основной эффект, связанный именно, с *поверхностными* состояниями в дальнейшем (с целью упрощения анализа) мы будем пренебрегать пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости. Последнее относится, в первую очередь, к CdS, где пространственная дисперсия может вносить некоторые поправки в интерпретацию экспериментальных данных, полученных лишь при очень низкой температуре образцов (порядка температуры жидкого гелия). Что касается GaP и InSb, то в этих материалах пространственная дисперсия реально отсутствует в фононной и плазмонной областях спектра, соответственно, при любой температуре образцов.

Ниже приведены формулы для расчета коэффициента отражения в р-поляризации:

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \approx \frac{\omega_0}{c} - \text{волновой вектор света (вблизи резонанса допустимо приближение)}$$

$$\Omega_p = \sqrt{2\varepsilon_b\omega_0\omega_{LT}} - \text{плазменная частота}$$

$$n_x = \sqrt{\varepsilon_\Delta} \sin \theta - \text{тангенциальная составляющая вектора рефракции}$$

$$n_{\alpha z} = \sqrt{\varepsilon_\alpha - n_x^2} - \text{проекция вектора рефракции на ось OZ в среде } \alpha$$

$$n_{\Delta z} = \sqrt{\varepsilon_\Delta} \cos \theta - \text{проекция вектора рефракции на ось OZ в призме}$$

$$n_{\beta z} = \sqrt{\varepsilon(\omega) - n_x^2} - \text{проекция вектора рефракции на ось OZ в CdS с } \varepsilon(\omega)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_b + \frac{\Omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} - \text{диэлектрическая проницаемость в CdS}$$

$r_{\Delta\alpha} = \frac{\varepsilon_{\Delta}n_{\alpha z} - \varepsilon_{\alpha}n_{\Delta z}}{\varepsilon_{\Delta}n_{\alpha z} + \varepsilon_{\alpha}n_{\Delta z}}$ – амплитудный коэффициент отражения света, падающего из среды Δ на α

$r_{\alpha\beta} = \frac{\varepsilon_{\alpha}n_{\beta z} - \varepsilon_{\beta}n_{\alpha z}}{\varepsilon_{\alpha}n_{\beta z} + \varepsilon_{\beta}n_{\alpha z}}$ – амплитудный коэффициент отражения света, падающего из среды α на β

$\Phi_{\alpha} = e^{ik_0 n_{\alpha z} L}$ – фазовая экспонента

$R_{\alpha\Delta} = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_{\alpha}} - \sqrt{\varepsilon_{\Delta}}}{\sqrt{\varepsilon_{\alpha}} + \sqrt{\varepsilon_{\Delta}}} \right|^2$ – энергетический коэффициент отражения света из α в Δ

$R_{out} = (1 - R_{\alpha\Delta})^2 \left| \frac{r_{\Delta\alpha} + r_{\alpha\beta} \Phi_{\alpha}^2}{1 + r_{\Delta\alpha} r_{\alpha\beta} \Phi_{\alpha}^2} \right|^2$ - формула Эйри

Параметры:

$\omega_0 = 2552 \text{ meV}$ – резонансная частота колебаний

$\omega_{LT} = 2 \text{ meV}$ – продольно-поперечное расщепление

$\varepsilon_b = 9,3$ – фоновая диэлектрическая проницаемость

L менялась в диапазоне от 200 нм до 1400 нм

$\Gamma = 0,2$ – коэффициент диссипативного затухания

$\varepsilon_{\alpha} = 1$ - диэлектрическая проницаемость внешней среды

$\varepsilon_{\Delta} = 2$ - диэлектрическая проницаемость стекла

θ меняется в диапазоне от 46° до 89° - углы полного внутреннего отражения

Код программы:

```
Wo=2552;
Wlt=2;
Eb=9.3;
L=0;
k0=2*pi*2552/(1.2397E6);
G=0.2;
Omega=sqrt(2*Eb*Wo*Wlt);
Ealfa=1;
Edelta=2;
theta=70;
Nx=sqrt(Edelta)*sin(theta*pi/180);
Naz=sqrt(Ealfa-(Nx)^2);
Fa=(exp(1i*k0*Naz*L));
Ndeltaz=sqrt(Edelta)*cos(theta*pi/180);
W=2550:0.001:2556;
E=Eb+(Omega^2)./( (Wo)^2-W.^2-1i*W*G);
Nbettaz=sqrt(E-(Nx)^2);
rab=(Ealfa*Nbettaz-E*Naz)./(Ealfa*Nbettaz+E*Naz);
```

```

rdeltaa=(Edelta*Naz-Ealfa*Ndeltaz) ./ (Edelta*Naz+Ealfa*Ndeltaz);
Radelta=(abs((sqrt(Ealfa)-sqrt(Edelta))/(sqrt(Ealfa)+sqrt(Edelta))))^2;
Rout=(1-
Radelta)^(2)*(abs((rdeltaa+rab*(Fa.^2))./(1+rdeltaa*rab*(Fa.^2))))^2;
plot(W,Rout);
title('Зависимость коэффициента отражения от частоты при отсутствии
зазора');
xlabel('w, meV');
ylabel('R');

```

При нулевой толщине воздушного зазора $L = 0$ призма и CdS лежат вплотную, следовательно, должна проявиться стандартная форма спектра отражения ($\theta = 30^\circ$) (рис.10):

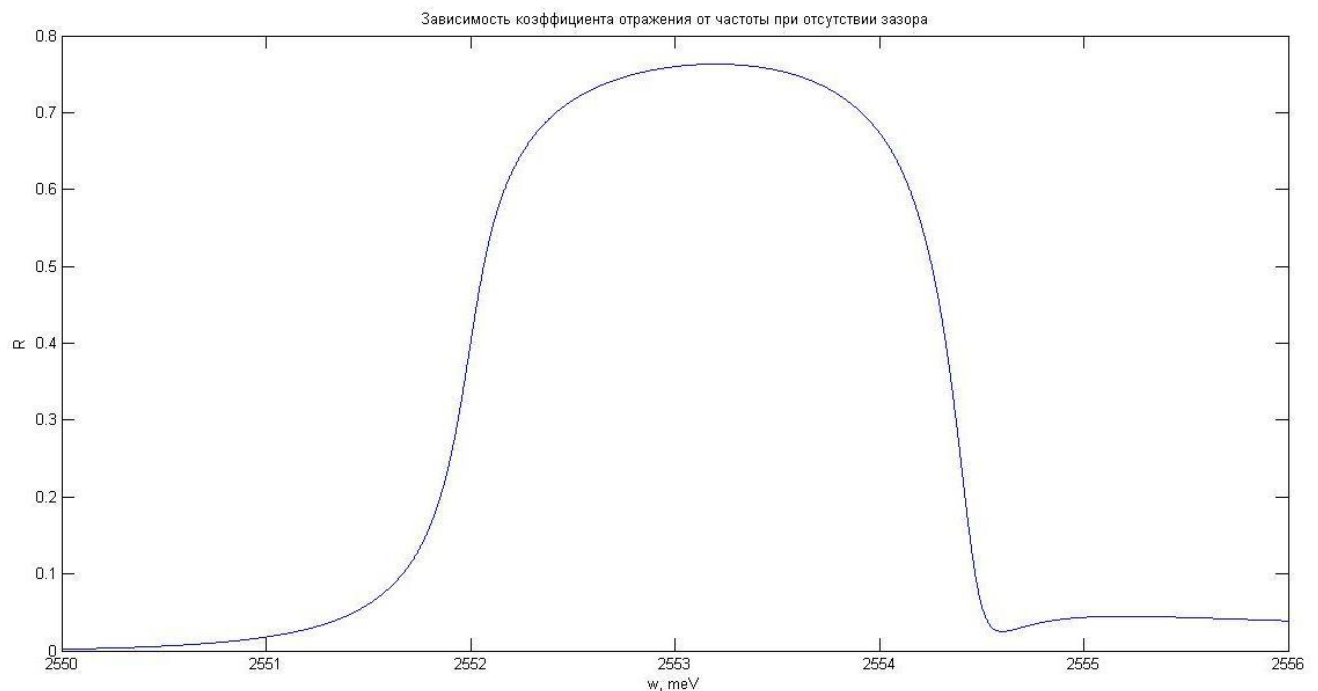


Рис.10 Зависимость коэффициента отражения от частоты при отсутствии зазора

По оси ординат отложен энергетический коэффициент отражения, по оси абсцисс отложена частота (энергия фотона). Четко видна область продольно-поперечного расщепления, в которой коэффициент отражения максимален, так как кристалл в этой области не пропускает свет (стоп-зона). Максимальный коэффициент отражения составляет 80%, а не $\sim 100\%$, так как энергия теряется при пересечении двух границ с призмой. Минимум на рис.10 на частоте $\omega \approx 2554,5$ meV связан с равенством показателя преломления $n = 1$ (точка-«невидимка»). В коротковолновой стороне от минимума наблюдается дальнейший спад, формирующий в последствие дополнительный минимум, фиксируемый за пределами графика. Этот дополнительный минимум связан с возбуждением брюстеровской волны (обычный эффект Брюстера вдали от резонанса).

Пусть теперь зазор будет максимально большой, следовательно мы должны наблюдать полное внутреннее отражение от границы призмы (**рис.8**) ($\theta = 60^\circ$):

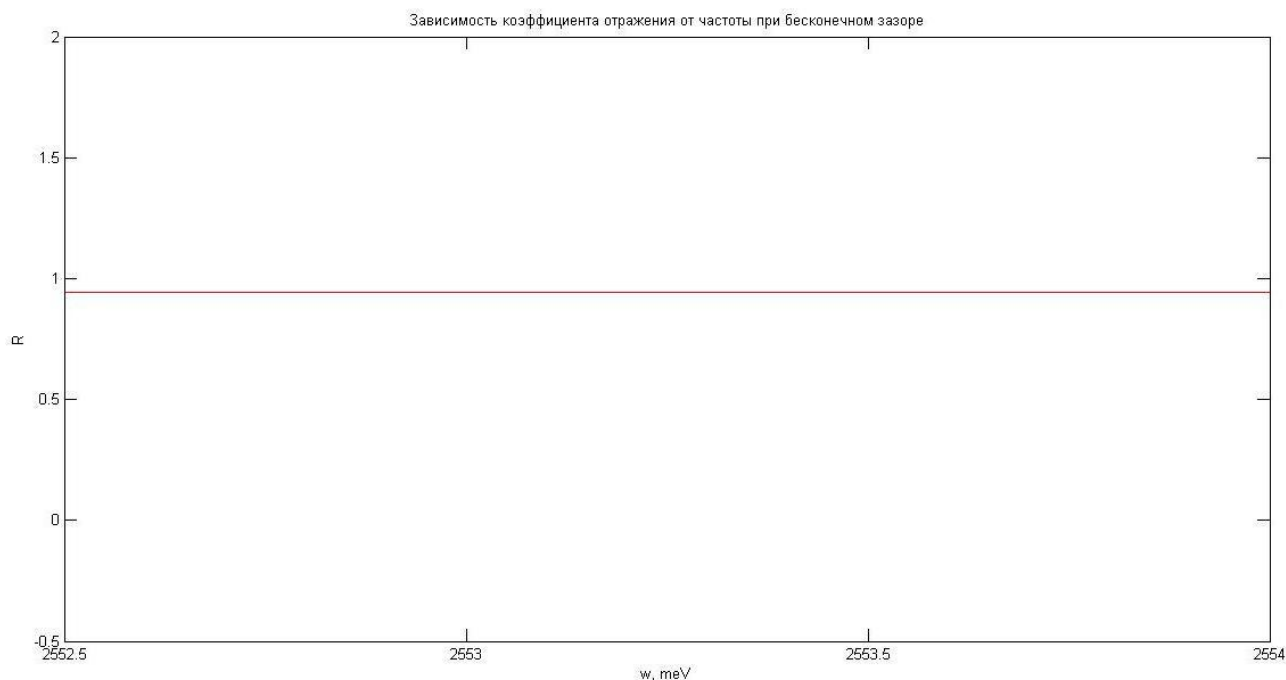


Рис.11 Зависимость коэффициента отражения от частоты при бесконечном зазоре.

На **рис.11** по оси ординат отложен коэффициент отражения, по оси абсцисс – частота в мэВ при бесконечном зазоре $L = \infty$. Как и следовало ожидать, во всей интересующей нас области частот, коэффициент отражения близок к единице, а какая-либо структура спектра отражения отсутствует. Теперь будем приближать призму к изучаемой среде. **Рис.12** показывает зависимость коэффициента отражения R от частоты при разных толщинах воздушного зазора.

Порядок величины L составляет сотню нанометров, что соответствует порядку резонансной длины волны (~ 500 нм). Как видно из **рис.12** ($\theta = 70^\circ$) минимум коэффициента отражения лежит в пределах продольно-поперечного расщепления, что соответствует частотам возбуждения поверхностных мод, как и следует из теоретической кривой (**рис.5**, **рис.14**). Однако большая глубина провала коэффициента отражения должна указывать на сильное возмущение собственных состояний поверхностного поляритона за счет слишком сильной связи поверхностных волн с радиационным полем. Поэтому нет прямых оснований идентифицировать спектральное положение минимума в таком глубоком провале, как точку в реальном (не возмущенном) спектре поверхностных поляритонов. В этой связи ставится задачи подобрать толщину зазора такой, чтобы падающий свет не слишком далеко проникал в воздушный зазор (желательно, чтобы глубина провала в спектре отражения не превышала 5-7%) (**рис.13**).

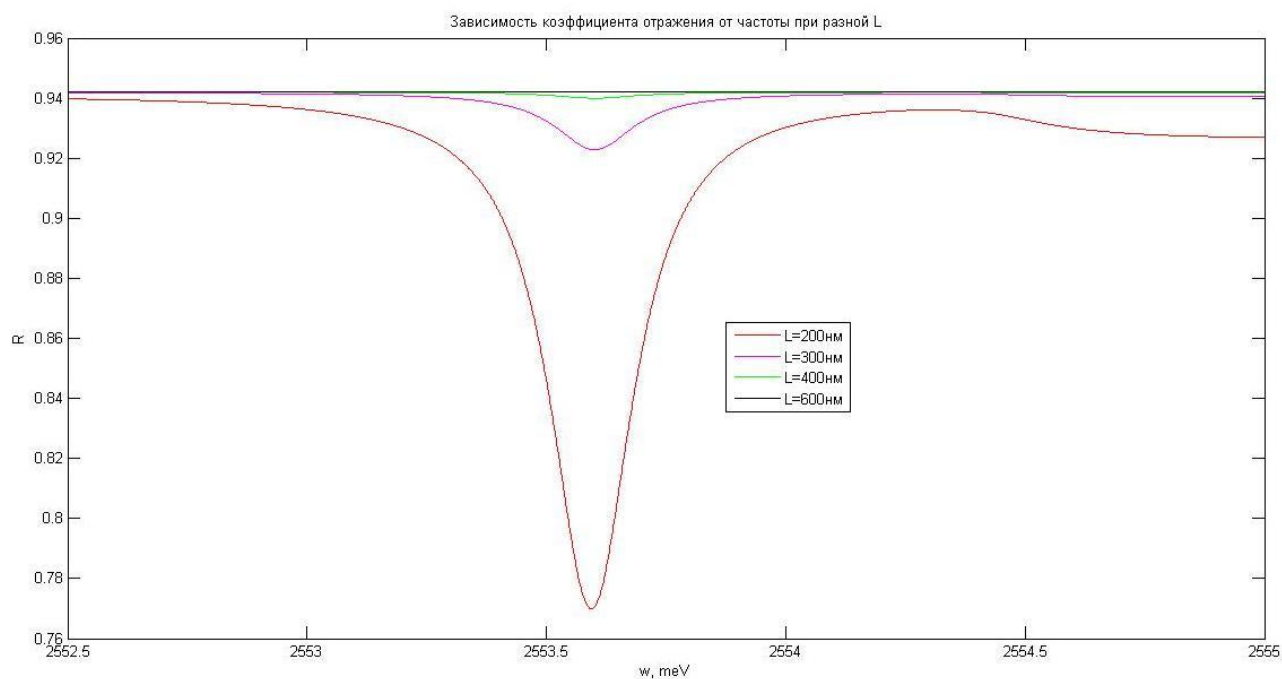


Рис.12 Зависимость коэффициента отражения от частоты при разной толщине зазора.

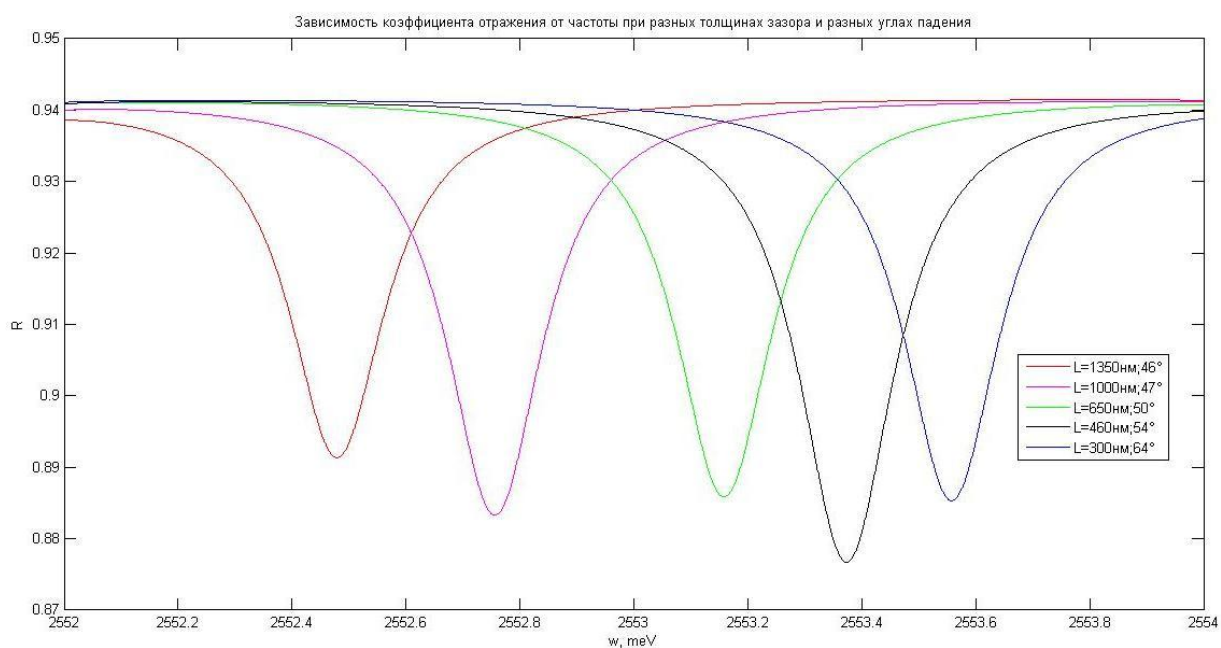


Рис.13 Зависимость коэффициента отражения от частоты при разных толщинах зазора и разных углах падения.

В таблице 1 приведены сведения, изображенные на рис.13, а также сравнение положения экспериментальных минимумов с теоретическими (47)

Таблица 1

| Воздушный зазор L, нм | Угол падения θ , град | Положение минимума отражения, мэВ (эксперимент) | Положение минимума отражения, мэВ (теория) |
|-----------------------|------------------------------|--|---|
| 1350 | 46 | 2552,48 | 2552,5 |
| 1000 | 47 | 2552,76 | 2552,78 |
| 650 | 50 | 2553,16 | 2553,19 |
| 460 | 54 | 2553,38 | 2553,4 |
| 300 | 64 | 2553,56 | 2553,58 |

Минимум сдвигается в сторону больших частот, однако не выходит за пределы продольно-поперечного расщепления. Построим график дисперсионной зависимости, то есть зависимости частоты минимума от угла падения, выражаемого как $k_x = \sin \theta \sqrt{\epsilon_{\Delta}} k_0$.

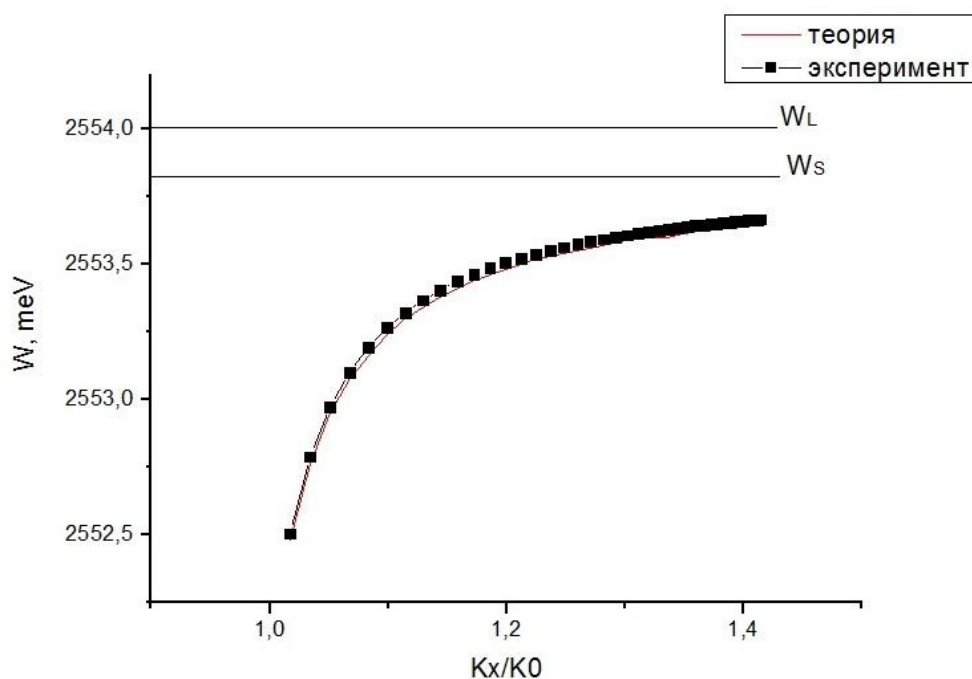


Рис.14 Теоретическая и измеренная по положению провала в спектре отражения дисперсионные кривые экситонных поляритонов в CdS.

На **рис.14** представлены дисперсионные кривые: полученная путем моделирования (точки) и теоретическая кривая (красная линия). Можно сказать, теория хорошо согласуется с методом НПВО в случае поверхностных экситон-поляритонов. Кривые теории и эксперимента не полностью идентичны, так как воздушный зазор в эксперименте НПВО является некоторым возмущением собственных поверхностных состояний. Как и любое возмущение, оно влияет на кривую дисперсии.

Рассмотрим s-поляризацию и покажем, что для нее не существует поверхностных мод:

Формулы расчета коэффициента отражения в s-поляризации такие же, как в p-поляризации за исключением (согласно формуле Френеля(36.2)):

$$r_{\Delta\alpha} = \frac{-n_{\alpha z} + n_{\Delta z}}{n_{\alpha z} + n_{\Delta z}} - \text{амплитудный коэффициент отражения света, падающего из среды } \Delta \text{ на } \alpha$$

$$r_{\alpha\beta} = \frac{-n_{\beta z} + n_{\alpha z}}{n_{\beta z} + n_{\alpha z}} - \text{амплитудный коэффициент отражения света, падающего из среды } \alpha \text{ на } \beta$$

Код программы:

```
Wo=2552;
Wlt=2;
Eb=9.3;
L=200;
k0=2*pi*2552/(1.2397E6);
G=0.1;
Omega=sqrt(2*Eb*Wo*Wlt);
Ealfa=1;
Edelta=2;
theta=70;
Nx=sqrt(Edelta)*sin(theta*pi/180);
Naz=sqrt(Ealfa-(Nx)^2);
Fa=exp(1i*k0*Naz*L);
Ndeltaz=sqrt(Edelta)*cos(theta*pi/180);
W=2550:0.001:2557;
E=Eb+(Omega^2)./( (Wo)^2-W.^2-1i*W*G);
Nbettaz=sqrt(E-(Nx)^2);
rab=(-Nbettaz+Naz)./(Nbettaz+Naz);
rdeltaa=(Ndeltaz-Naz)./(Ndeltaz+Naz);
Rdelta=(abs((sqrt(Ealfa)-sqrt(Edelta))/(sqrt(Ealfa)+sqrt(Edelta))))^2;
Rout=(1-
Rdelta)^(2)*(abs((rdeltaa+rab*(Fa.^2))./(1+rdeltaa*rab*(Fa.^2))))^2;
plot(W,Rout);
```

На **рис.15** изображена зависимость коэффициента отражения от частоты для s-поляризации при разных толщинах зазора ($\theta = 70^\circ$), эти же толщины использовались на **рис.12** для p-поляризации. Форма кривых на **рис.15** напоминает форму коэффициента отражения на границе двух сред, где минимум на частоте $\omega > 2554,5 \text{ meV}$ соответствует

$n = 1$. Коэффициент отражения для $L=200$ нм $\sim 3\%$, и, с увеличением расстояния между двумя средами возникает полное внутреннее отражение, при этом отсутствуют минимумы в области продольно-поперечного расщепления.

Построим на одном графике дисперсионные кривые для s- и p-поляризаций (**рис.16**)

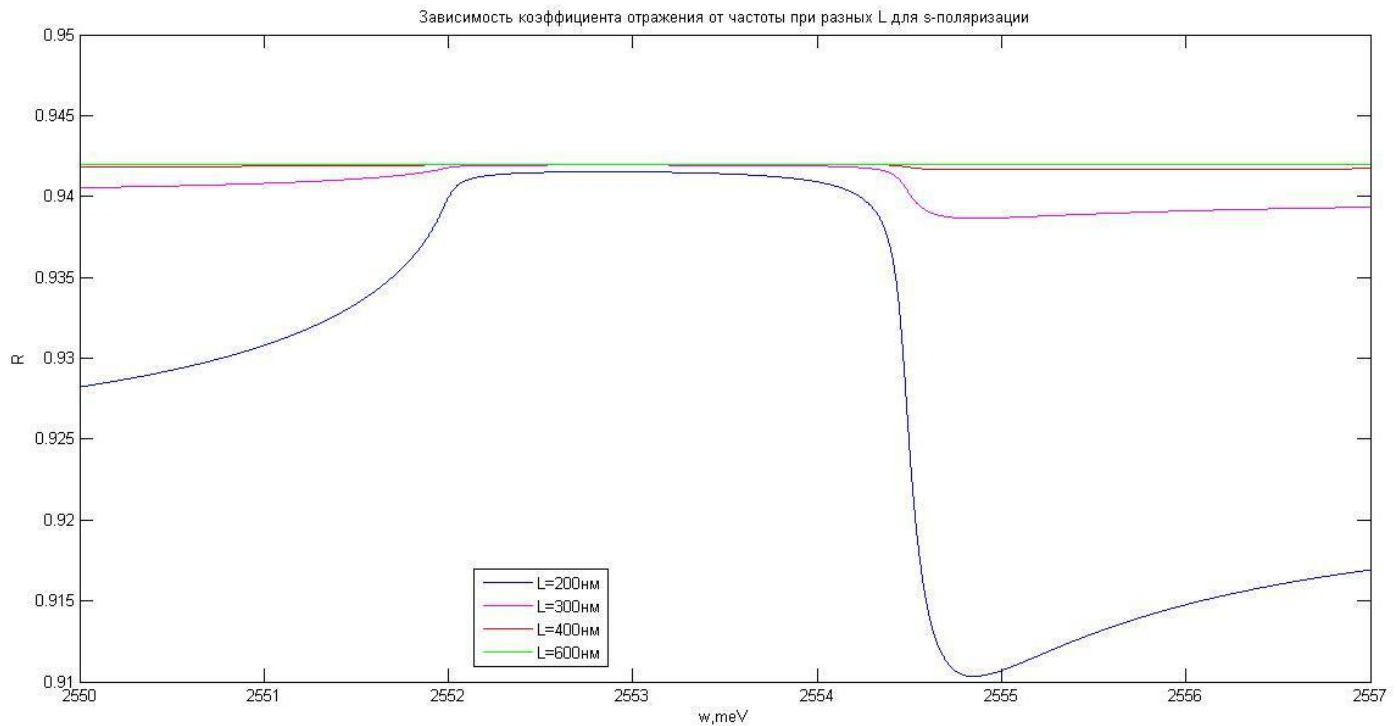


Рис.15 Зависимость коэффициента отражения от частоты при разных толщинах зазора для s-поляризации

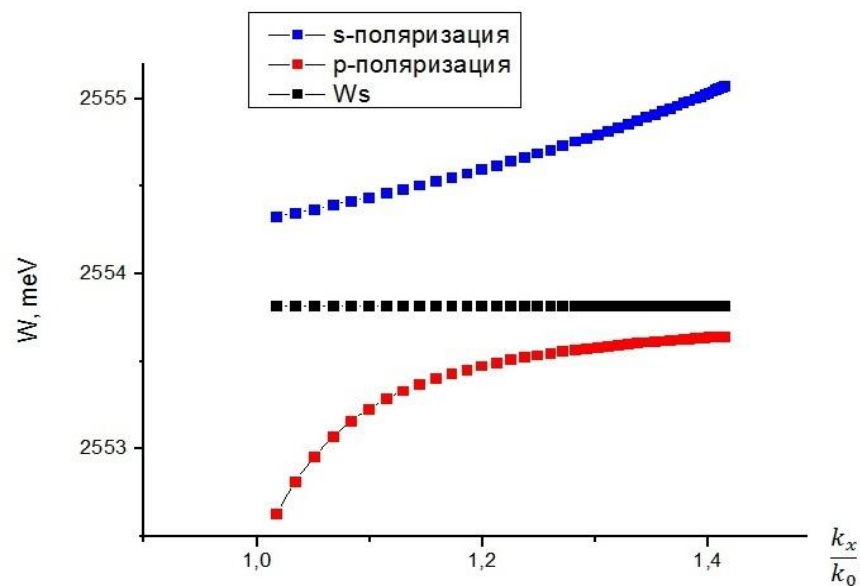


Рис.16 Сравнение дисперсионных кривых в s- и p-поляризации

На **рис.16** представлены дисперсионные зависимости для s- и p- поляризаций, продольная частота $\omega_L = 2554 \text{ meV}$. Как видно, s-поляризация не соответствует поверхностным поларитонам, так как одно из важнейших условий – это проявление минимума в области продольно-поперечного расщепления (см.условие 5, Глава I.Часть IV).

ГЛАВА II.

Часть III. Поверхностные фононные поляритоны в GaP.

Рассмотрим в качестве изучаемой среды $\varepsilon_p(\omega)$ рассматривается фосфид галлия GaP. Это непрямозонный полупроводник, с $E_g^i = 2,26$ эВ. Элементарная ячейка имеет структуру цинковой обманки (сфалерит) [21]. Здесь, в отличие от CdS, фотоны падающего света взаимодействуют не с экситонами, а с фононами кристалла вблизи частоты резонансных колебаний кристаллической решетки: $\omega_0 = 45,531$ мэВ, образуя квазичастицы, называемые фононными поляритонами. Эта частота колебаний соответствует длинноволновому диапазону, поэтому теперь нужен материал призмы, который является прозрачным в среднем ИК-диапазоне. В соответствии с экспериментом Фишера и Маршала [22], был выбран кремний ($\varepsilon_\Delta = 11,68$). Следовательно, угол полного внутреннего отражения $\theta_{\text{крит}} = \arcsin \frac{\sqrt{\varepsilon_\alpha}}{\sqrt{\varepsilon_\Delta}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{11,68}} \approx 17^\circ$. Отличие от сульфида кадмия состоит еще и в том, что в фосфиде галлия рассматривается область, включающая далекие от резонанса частоты, поэтому вид дисперсионной кривой лучше определять зависимостью (47.1). Следовательно, в волновом числе k_0 (в отличие от CdS) надо учитывать изменение частоты ω : $k_0 = \frac{\omega}{c}$.

Моделирование проводилось с такими параметрами[22]:

$\omega_0 = 45,531$ — частота колебания фононов

$\Omega_p = 60,531$ — плазменная частота

$\varepsilon_b = 9,091$ — фоновая диэлектрическая проницаемость

L — толщина воздушного зазора менялась в интервале от 5,5 мкм до 45 мкм

$\Gamma = 0,159$ — коэффициент диссипативного затухания

$\varepsilon_\alpha = 1$ — диэлектрическая проницаемость зазора между призмой и GaP

$\varepsilon_\Delta = 11,683$ — диэлектрическая проницаемость кремниевой призмы

θ — угол падения света меняется от 20° до 40° (после 40° нет смысла проводить дальнейшие исследования, так как дисперсионная кривая, стремясь к пределу равному ω_s , перестает зависеть от угла падения)

Код программы:

```
W0=45.531;  
Omega=60.531;  
Eb=9.091;  
L=5000; %мм  
G=0.159;
```

```

Ealfa=1;
Edelta=11.683;
theta=40;
Nx=sqrt(Edelta)*sin(theta*pi/180);
Naz=sqrt(Ealfa-(Nx)^2);
Ndeltaz=sqrt(Edelta)*cos(theta*pi/180);
W=40:0.001:60;
k0=2*pi*W/(1.2397E6);
Fa=exp(1i*k0*Naz*L*2);
E=Eb+(Omega^2)./( (W0)^2-W.^2-1i*W*G);
Nbettaz=sqrt(E-(Nx)^2);
rab=(Ealfa*Nbettaz-E*Naz)./(Ealfa*Nbettaz+E*Naz);
rdeltaa=(Edelta*Naz-Ealfa*Ndeltaz)./(Edelta*Naz+Ealfa*Ndeltaz);
Rdelta=(abs((sqrt(Ealfa)-sqrt(Edelta))./(sqrt(Ealfa)+sqrt(Edelta)))).^2;
Rout=((1-Rdelta)^2)*(abs((rdeltaa+rab.*Fa)./(1+rdeltaa*rab.*Fa))).^2;
plot(W,Rout);

```

Пусть изначально толщина зазора отсутствует, тогда мы наблюдаем спектр коэффициента отражения света от призмы, плотно контактирующей с кристаллом GaP. При этом коэффициент отражения фактически рассчитывается по формуле Френеля, записанной для границы раздела «материал призмы – материал кристалла»:

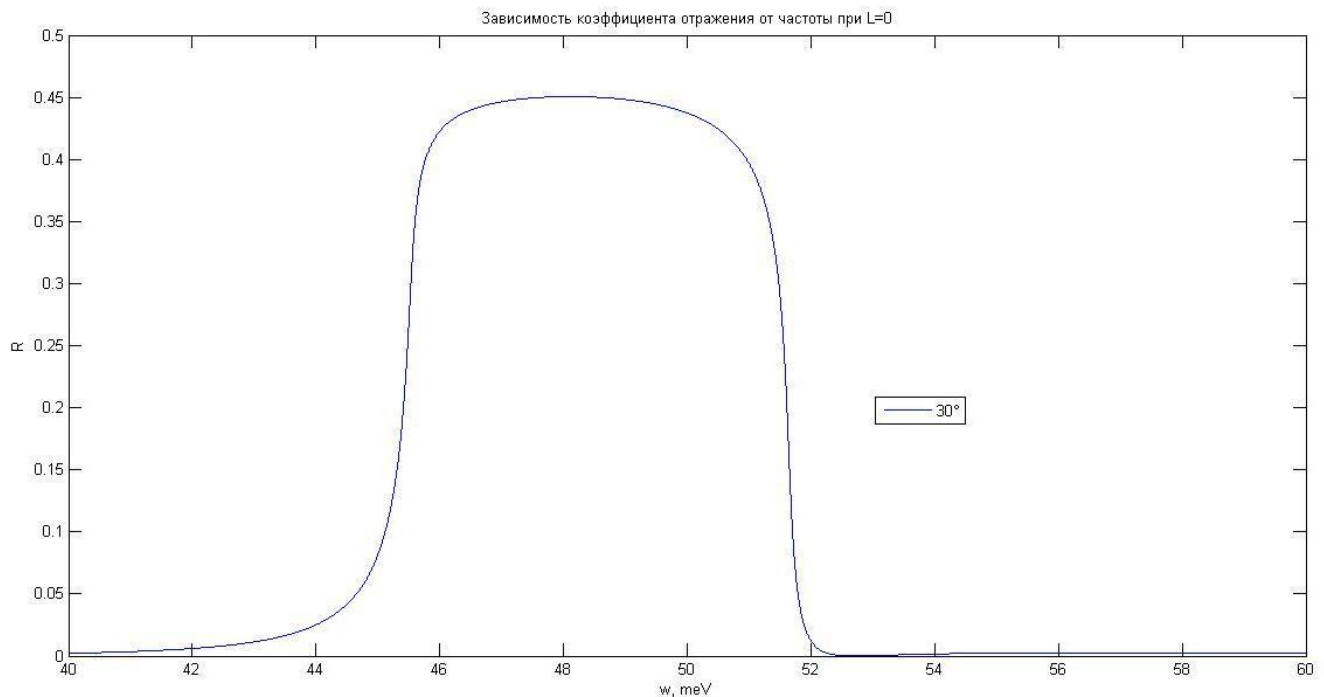


Рис.17 Зависимость коэффициента отражения от частоты при отсутствии зазора

Хорошо видна область продольно-поперечного расщепления: от $\omega_0 = 45,8$ мэВ до $\omega_L = 50$ мэВ; по теоретическим расчетам, должно быть от $\omega_0 = 45,9$ мэВ до $\omega_L = 49,9$ мэВ. На **рис. 17** угол падения света составляет $\theta = 30^\circ$. В области продольно-поперечного расщепления коэффициент отражения составляет около 45%, что связано с потерями на интерфейсах граничащих сред «кремний-воздух» за счет заметного [23] дополнительного поглощения в средней ИК-области. Пусть теперь воздушный зазор между призмой и GaP

будет бесконечным (то есть мы уберем GaP), тогда график зависимости коэффициента отражения от частоты падающего света должен соответствовать случаю полного внутреннего отражения (**рис.18**, $\theta = 30^\circ$) и не содержать какие-либо спектральные особенности:

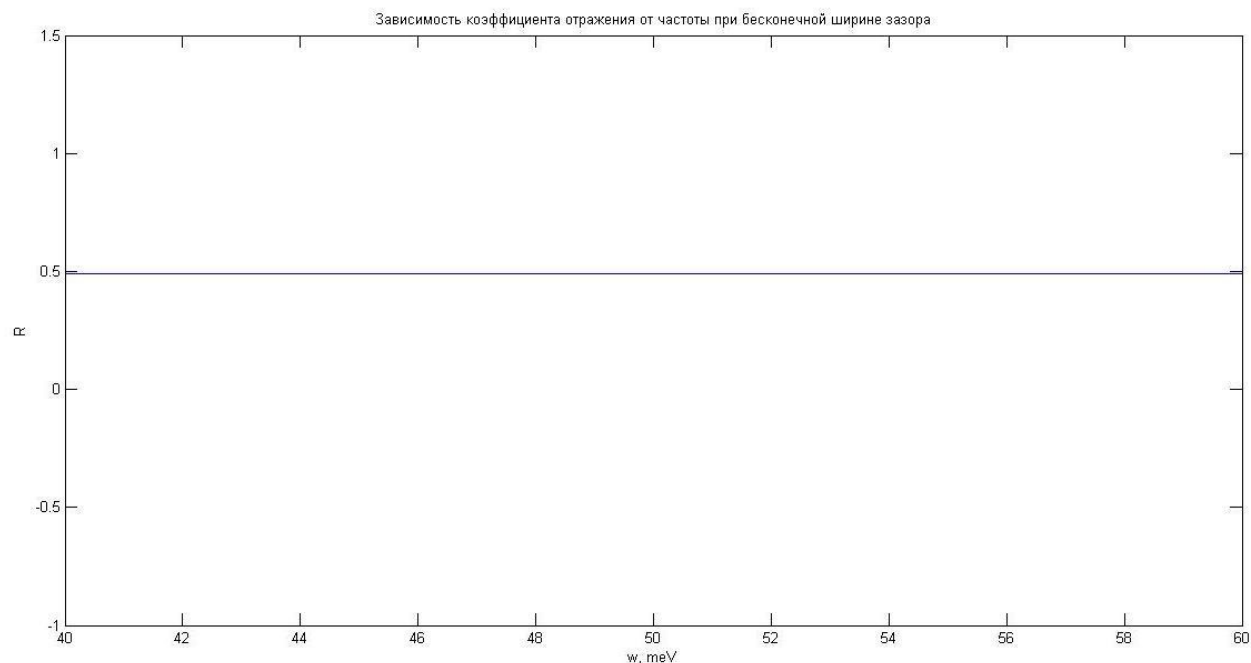


Рис.18 Зависимость коэффициента отражения от частоты при бесконечной ширине зазора.

Пусть теперь мы будем приближать GaP к призме. На **рис.19** изображена зависимость коэффициента отражения от частоты при разных толщинах зазора (угол падения $\theta = 30^\circ$):

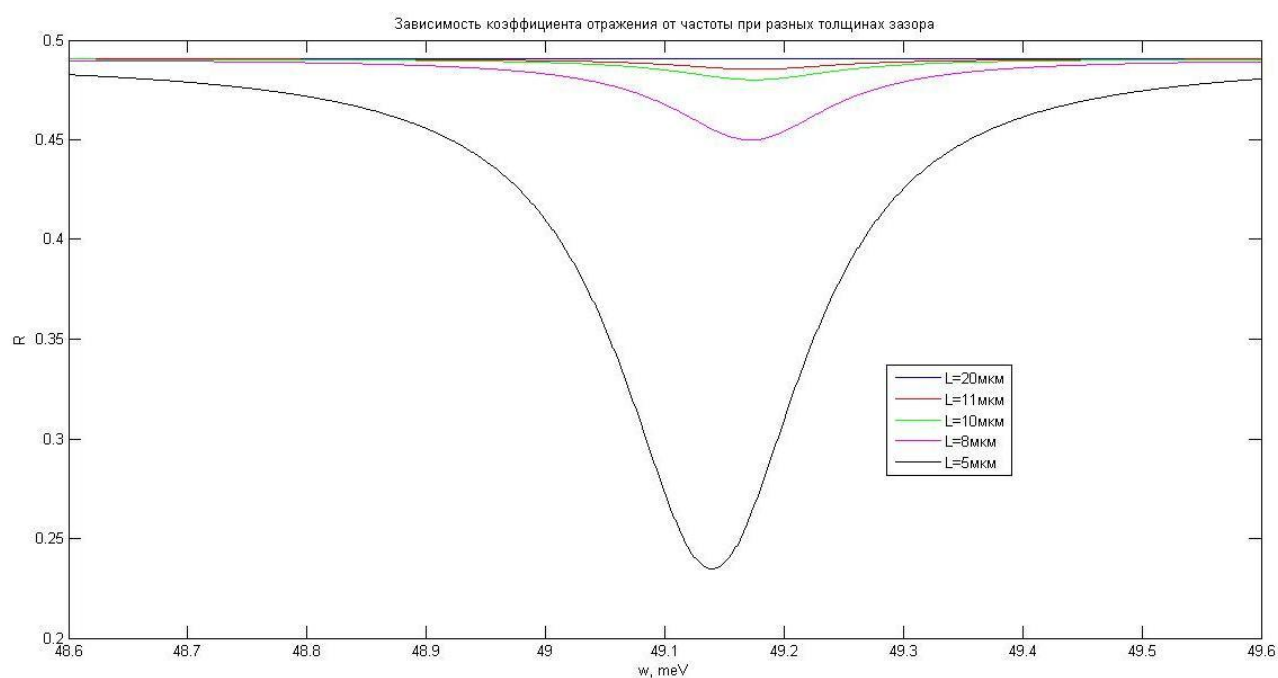


Рис.19 Зависимость коэффициента отражения от частоты при разных толщинах зазора

С уменьшением расстояния между кристаллом GaP и призмой глубина провала в области продольно-поперечного расщепления увеличивается. Однако частоте минимума соответствует не точно та частота, на которой распространяются поверхностные фоновые поляритоны по границе раздела GaP и воздушного зазора. Самый глубокий провал коэффициента отражения составляет примерно 30%: фотоны падающего света в этом случае слишком глубоко проникают в воздушный зазор и искажают дисперсионную кривую идеальной поверхностной моды. Поэтому при построении зависимости $\omega(k_x)$ будем подбирать ширину зазора такой, чтобы глубина провала составляла величину порядка 5-7% (рис.20, рис.21).

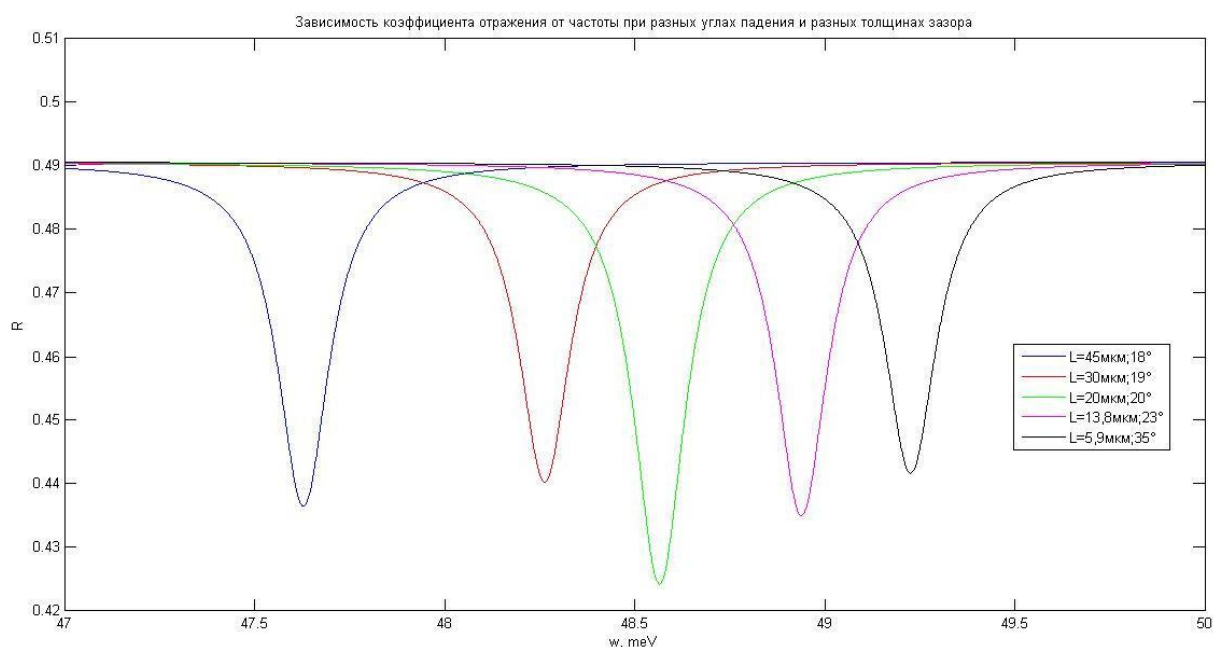


Рис.20 Зависимость коэффициента отражения от частоты при разных углах падения и разных толщинах зазора

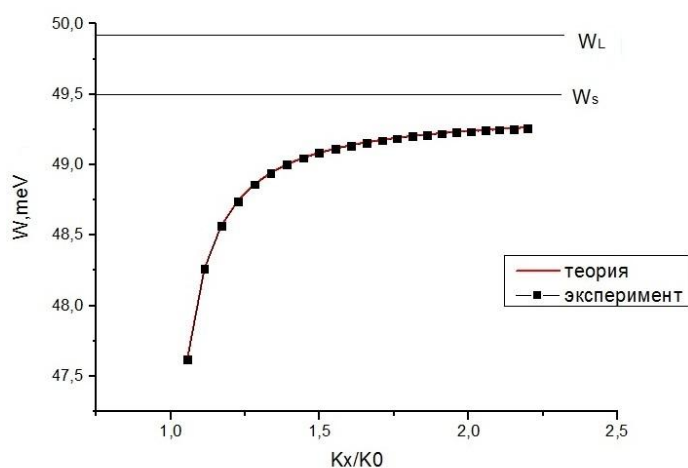


Рис.21

На **рис.21** представлена зависимость спектрального (ω, meV) положения провала коэффициента отражения от приведенной тангенциальной составляющей волнового вектора k_x/k_0 . Теоретическая кривая (красная линия) строилась по формуле (47.1). Теоретическая и экспериментальная кривые полностью совпадают.

Таблица 2

| Воздушный зазор L, мкм | Угол падения θ , град | Положение минимума отражения, мэВ (эксперимент) | Положение минимума отражения, мэВ (теория) |
|---------------------------|------------------------------|--|---|
| 45 | 18 | 47,62 | 47,62 |
| 30 | 19 | 48,26 | 48,26 |
| 20 | 20 | 48,56 | 48,56 |
| 13,8 | 23 | 48,94 | 48,94 |
| 5,9 | 35 | 49,23 | 49,23 |

На **рис.20** изображена зависимость коэффициента отражения от частоты при разных углах падения и разных толщинах зазора, которые приведены в **таблице 2**. Как видно, полученные положения провалов полностью соответствуют точкам дисперсионной кривой поверхностных поляритонов.

ГЛАВА II.

Часть IV. Поверхностные плазмоны в InSb.

Плазмон - это квазичастица, отвечающая коллективному свободному колебанию электронов на плазменной частоте ω_p . Наличие свободных электронов при любых температурах характерно для металлов и вырожденных полупроводников, так как их уровень Ферми находится в зоне проводимости. Цель: возбудить плазмонные поляритоны с помощью метода НПВО (рис.8). Для этого будет рассмотрен вырожденный полупроводник n-типа n-InSb в качестве среды с $\varepsilon_\beta(\omega)$. Плазменная частота зависит от концентрации электронов. Резонансная частота колебаний отсутствует, так как электроны совершают свободные колебания и не привязаны ни к какому ионному центру. В нашем эксперименте $\omega_p = 52,87$ мэВ [19]. Плазменная частота соответствует продольным плазменным колебаниям $\omega_p = \omega_L$. Интересующая нас спектральная область находится в интервале от 40 мэВ до 60 мэВ. Следовательно, для эксперимента вполне подойдет кремниевая призма. Формулы для расчета спектра отражения в эксперименте с InSb, основанном на методе НПВО, должны учитывать свойства среды, в которой возбуждаются плазменные колебания. В таком случае диэлектрическая проницаемость записывается в виде:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_b \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\Gamma\omega} \right) - \text{диэлектрическая проницаемость в среде } \beta.$$

При записи $\varepsilon(\omega)$ в такой форме неявно предполагается, что фоновая диэлектрическая постоянная не содержит мнимой добавки. Дело в том, что числитель в выражении $\frac{\omega_p^2 \varepsilon_b}{\omega^2 + i\Gamma\omega}$ всегда должен быть вещественен, так как он определяется вероятностью перехода в возбужденное состояние (ур. 7). Формулы, которые использовались нами выше в отношении к CdS и GaP, в этом смысле являлись более точными, хотя сам факт комплексности ε_b там тоже не учитывался в расчетах. Таким образом, теоретическая зависимость $\omega(k_x)$ представляется в виде:

$$\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \frac{k_x^2}{\varepsilon_b(k_0^2 - k_x^2)}}} \quad (48)$$

где $k_0 = \frac{\omega}{c}$ — волновое число света в вакууме.

Код программы:

```
Eb=15.68;  
L=3300;%nm  
G=1.59;  
Omega=52.87;
```

```

Ealfa=1;
Edelta=11.68;
theta=48;
Nx=sqrt(Edelta)*sin(theta*pi/180);
Naz=sqrt(Ealfa-(Nx)^2);
Ndeltaz=sqrt(Edelta)*cos(theta*pi/180);
W=40:0.001:60;
    k0=2*pi*W./(1.2397E6);
    Fa=(exp(1i*k0*Naz*L));
    E=Eb+Eb*(Omega^2)./(-W.^2-1i*W*G);
    Nbettaz=sqrt(E-(Nx)^2);
    rab=(Ealfa*Nbettaz-E*Naz)./(Ealfa*Nbettaz+E*Naz);
    rdeltaa=(Edelta*Naz-Ealfa*Ndeltaz)./(Edelta*Naz+Ealfa*Ndeltaz);
    Rdelta=(abs((sqrt(Ealfa)-sqrt(Edelta))./(sqrt(Ealfa)+sqrt(Edelta)))).^2;
    Rout=(1-
Rdelta)^(2)*(abs((rdeltaa+rab.*(Fa.^2))./(1+rdeltaa*rab.*(Fa.^2)))).^2;
    plot(W,Rout)

```

Как известно, свет с частотой меньшей, чем ω_p , полностью отражается от металлов, что мы и видим на графике зависимости коэффициента отражения от частоты света для ситуации, когда $L=0$ [24] (рис.22)

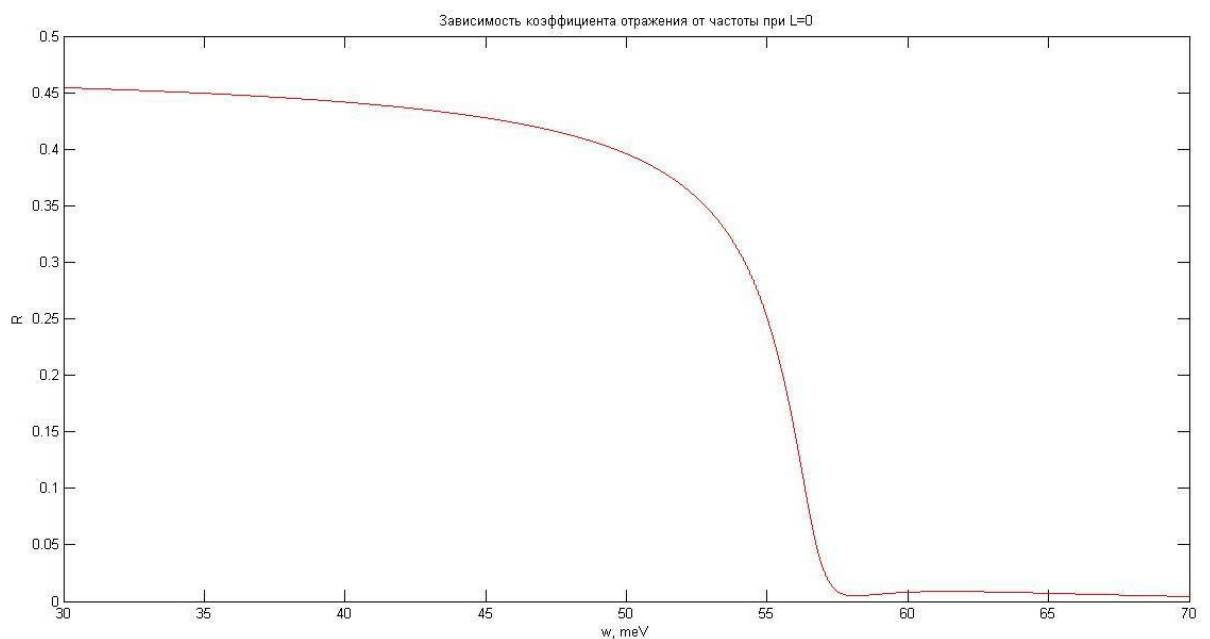


Рис.22 Зависимость коэффициента отражения от частоты при отсутствии зазора

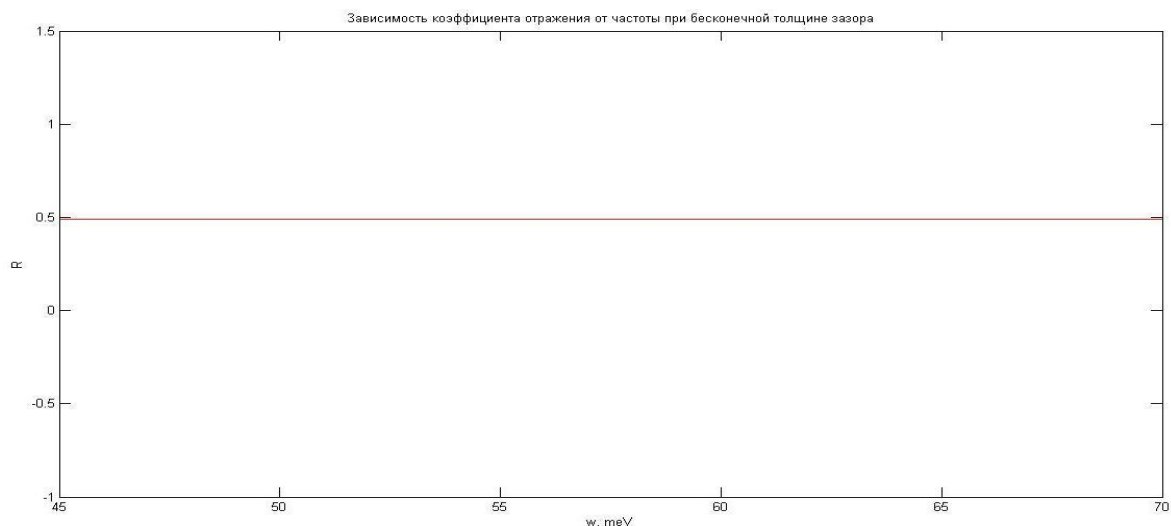


Рис.23 Спектр отражения при $L=\infty$

Покажем, как с изменением зазора меняется спектр отражения при постоянном угле падения ($\theta = 25^\circ$):

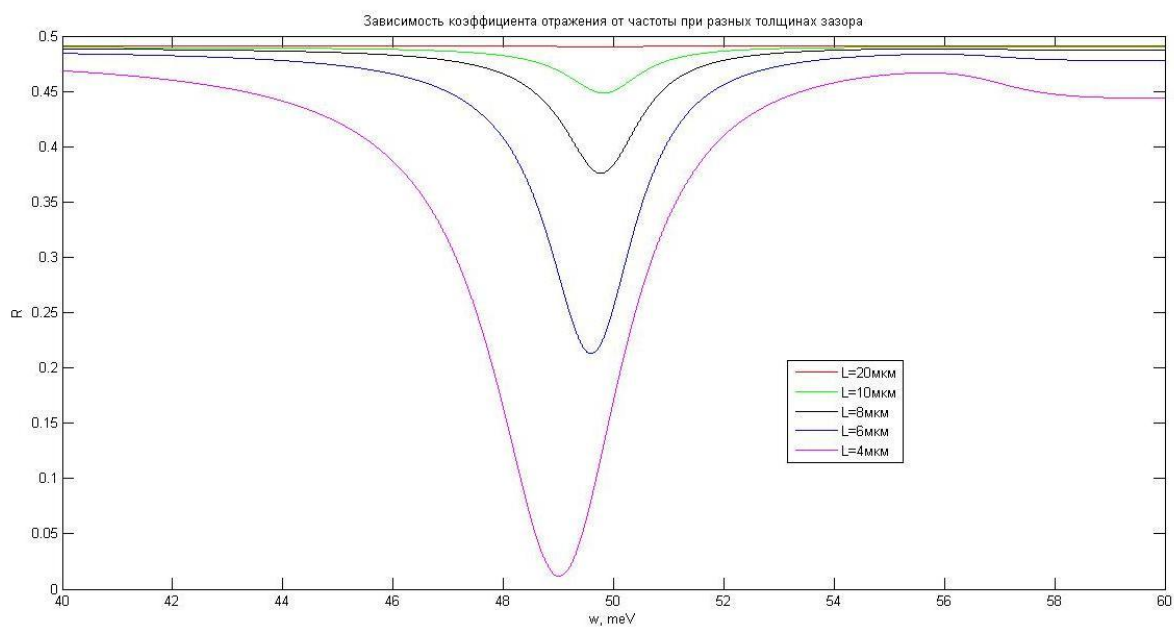


Рис.24 Спектр отражения при разных толщинах зазора

Подберем толщину зазора для каждого угла падения такой, чтобы глубина провала составляла малую, но экспериментально измеримую величину (**рис.25**). На основе этого построим теоретическую и экспериментальную дисперсионные кривые на одном графике (**рис.26**)

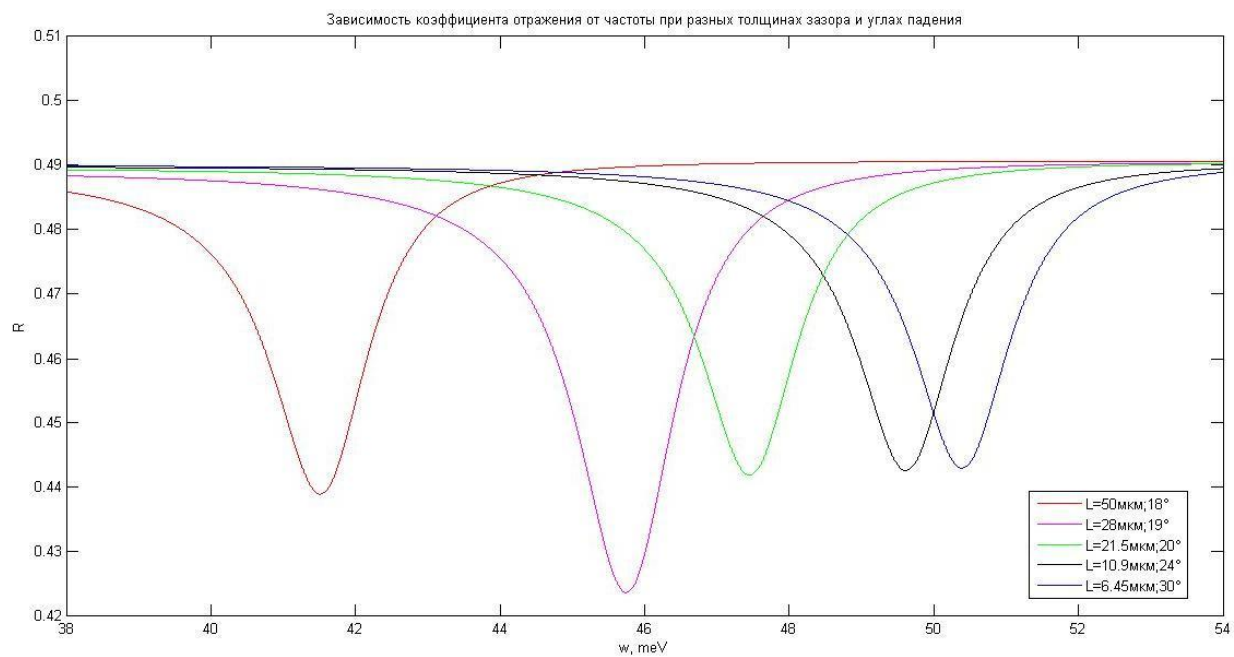


Рис.25 Спектр отражения при разных толщинах и разных углах падения

Таблица 3

| Воздушный зазор L , мкм | Угол падения θ , град | Положение минимума отражения, мЭВ (эксперимент) | Положение минимума отражения, мЭВ (теория) |
|------------------------------|------------------------------|--|---|
| 50 | 18 | 41,5 | 41,58 |
| 28 | 19 | 45,75 | 45,81 |
| 21,5 | 20 | 47,46 | 47,51 |
| 10,9 | 24 | 49,63 | 49,68 |
| 6,45 | 30 | 50,42 | 50,47 |

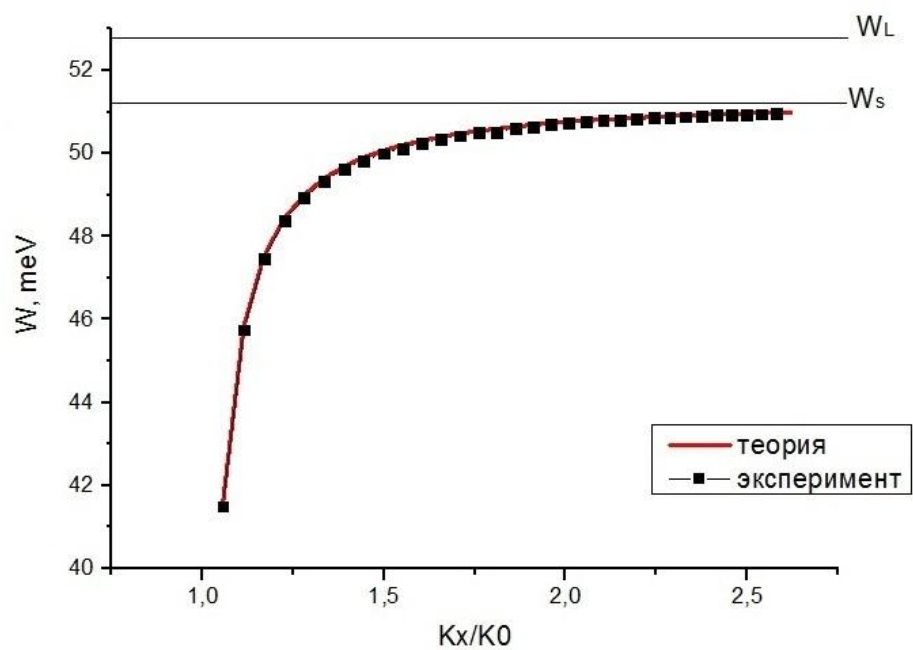


Рис.26 Сравнение теоретической и смоделированной с помощью спектра отражения дисперсионных кривых поверхностных плазмонов в InSb

Теоретическая (48) кривая и кривая, измеренная по положению провала в спектре отражения, практически совпадают.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В работе подробно описана теория собственных поверхностных состояний электромагнитного поля на границах с резонансными средами. Показано, что уравнения, описывающие поверхностные волны, являются решениями макроскопических уравнений электродинамики, дополненных граничными условиями Максвелла. Проанализированы условия, накладываемые на свойства диэлектрических проницаемостей контактирующих сред и на поляризацию света, необходимые для возникновения поверхностных поляритонов.

1. В общем случае контакта разных диэлектрических сред их диэлектрические проницаемости должны иметь противоположные знаки.
2. Возбуждать поверхностные поляритоны возможно только светом р-поляризации.
3. Диэлектрическая проницаемость резонансной среды, контактирующей с воздухом, должна быть отрицательна и не превышать по модулю 1 ($\epsilon < -1$).
4. Исследуемый интервал частот должен находиться в пределах от частоты ω_T объемного резонанса до частоты ω_s , на которой выполняется условие $\epsilon(\omega_s) = -1$.
5. Параметрами, характеризующими состояние поверхностного поляритона на границе с вакуумом, являются частота и вещественная тангенциальная составляющая волнового вектора, не превышающая по своему значению k_0 - волновое число света в вакууме.
6. Должно реализовываться экспоненциальное затухание поля поверхностной волны в обе стороны от границы.

Целью работы было изучение свойств поверхностных возбуждений, а также моделирование эксперимента НПВО. Результаты моделирования для CdS, GaP, InSb позволили оценить условия, при которых возможно наиболее точное измерение дисперсии поверхностных поляритонов, используя данные по спектроскопии зеркального отражения света. Прямыми расчетами установлено, что наиболее существенное влияние на результаты измерения дисперсии поверхностных поляритонов оказывает толщина воздушного зазора между призмой и исследуемым материалом. При этом толщину зазора следует подбирать так, чтобы глубина провала в спектре НПВО не превышала 10% по отношению к фоновому значению коэффициента отражения. Приведенные в настоящей работе программы численного расчета решают задачу выбора оптимальных условий для экспериментального измерения дисперсии поверхностных поляритонов, обусловленных экситонными, фононными и плазмонными элементарными возбуждениями твердого тела.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. David F., P.Pile: Gap modes of one-dimensional photonic crystal surface waves / *Applied Optics* 44, 4398-4401 (2005)
2. F.Villa, J.A.Gaspar-Armenta: Electromagnetic surface waves: photonic crystal-photonic crystal interface / *Optics Communications*, Vol. 223, Issues 1-3, pages 109-115, July 2003
3. B.Wang, W.Dai, A.Fang, L.Zhang, G.Tuttle, T.Koschny, C.M.Soukoulis: Surface waves in photonic crystal slabs / *Phys.Rev.B* 74, 195104 (2006)
4. J.A.Gaspar-Armenta, F.Villa: Photonic surface-wave excitation: photonic crystal-metal interface / *Journal of the Optical Society of America B*, Vol.20, Issue 11, p.2349-2354 (2003)
5. Konopsky V.N., Alieva E.V.: Optical biosensors based on photonic crystal surface waves / *Methods Mol. Biol.* 503,49-64 (2009)
6. В.М.Агранович, Д.Л.Миллс. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Москва: «Наука» 1985 стр. 6-20, стр.56, стр.172
7. В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, Москва 1965 стр.277-287
8. Claus Klingshirn. Semiconductor Optics. Third Edition / Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007 стр 3-33
9. Брыксин В.В., Мирлин Д.Н., Фирсов Ю.А.: Поверхностные оптические фононы в ионных кристаллах / *УФН*, 1974, т.113, с.29
10. Burstein E., Haristein A., Schoenwald J.: Surface polariton-electromagnetic waves at interface / *Polaritons, Proc.1rst Taormina Conf.Structure Matter.* N.Y.: Pergamon press, 1974 p.89
11. Mills D.L.,Burstein E.: Polaritons: the electromagnetic modes of media / *Rep. Progr.Phys.*, 1974, vol.37, p.817
12. Otto A.: Experimental investigation of surface polaritons on plane interface / *Festkoperprobleme-Advances in solid state physics*, L.; N.Y.:Pergamon press 1974, vol. 14 p.1
13. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 616 стр. 3-42
14. Ferrel R.A.: Predicted radiation of plasma oscillations in metal films/ *Phys. Rev.* (1958),vol.126,p.1935
15. Ritchie R.H., Eldridge B.: Optical emission from irradiated foils I / *Phys. Rev.*, (1962), vol. 7, p.2787
16. K.L.Kliwer, R.Fuchs: Optical Modes of Vibration in Ionic Crystal Slab Including Retardation. I. Nonradiative Region / *Phys. Rev.* 144, 495 (1966)

17. K.L.Kliewer, R.Fuchs: Optical Modes of Vibration in Ionic Crystal Slab Including Retardation. II. Radiative Region / Phys. Rev. 150, 573 (1966)
18. R.Englman, R.Ruppin: Optical phonons of small crystals / Reports on progress in physics 33, 149 (1970)
19. B.Fischer, N.Marschall, H.J.Queisser: Experimental studies of optical surface excitations / Surface science 34, 50-61, (1973)
20. Н.Л.Дмитрук, В.Г.Литовченко, В.Л.Стрижевский. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках / Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Г., Стрижевский В.Л.: Отв. ред. М. П. Лисица. – Киев: Наук. думка, 1989 стр.9-57
21. Б.Ф.Ормонт Введение в физическую химию и кристаллохимию полупроводников / Москва: «Высшая школа» 1982 стр.16-41
22. N.Marschall, B.Fischer: Dispersion of Surface Polaritons in GaP / Physical Review Letters, Vol. 28, Number 13, 27 March 1972
23. Интернет –ресурс: <http://new-optics0.1gb.ru/ru/materials/kremniy>
24. Интернет-ресурс:
<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%BE%D0%BD>